>

EXAMPLE 1.1. Let's recall a simple optimization problem from differential calculus (Math 140): Goats are an environmentally friendly and inexpensive way to control a lawn when there are lots of rocks or lots of hills. (Seriously, both Google and some U.S. Navy bases use goats on rocky hills instead of paying lawn mowers!)

Suppose I wish to build a pen to keep some goats. I have 100 meters of fencing and I wish to build the pen in a rectangle with the largest possible area. How long should the sides of the rectangle be? In this case, making the pen *better* means making it have the largest possible area.

>

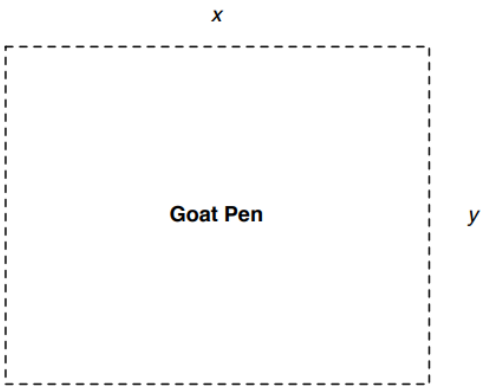


Figure 1.1. Goat pen with unknown side lengths. The objective is to identify the values of x and y that maximize the area of the pen (and thus the number of goats that can be kept).

> *restart* : *with*(*Optimization*) :

> *objective* := $-1 \cdot y \cdot x$;

$$objective := -y\,x \quad \textbf{(1)}$$

> *constraints* := $\{2 \cdot x + 2 \cdot y = 100, x \geq 0, y \geq 0\}$;

$$constraints := \{2\,x + 2\,y = 100, 0 \leq x, 0 \leq y\} \quad \textbf{(2)}$$

> *QPSolve*(*objective*, *constraints*);

$$[-624.999999999999, [x = 25.0000000000000, y = 25.0000000000000]] \quad \textbf{(3)}$$

>

Παρατηρήστε ότι το βέλτιστο σχήμα είναι τετράγωνο (ίσες όλες οι πλευρές).Παρατηρήστε ότι η αντικειμενική δεν είναι γραμμική, ενώ οι περιορισμοί είναι. Για αυτό κάνουμε quadratic programming με χρήση της QPSolve. Αν ήταν γραμμική η αντικειμενική θα κάναμε linear programming με την simplex.

Ας υποθέσουμε ότι το σχήμα του φράχτη είναι ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές x, y.

> *restart* : *with*(*Optimization*) :

> *objective* := $-\frac{1}{2} \cdot y \cdot x$;

$$objective := -\frac{1}{2}\,y\,x \quad \textbf{(4)}$$

> $constraints := \left\{ x + y + \left(x^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}} = 100, x \geq 0, y \geq 0 \right\};$

$$constraints := \left\{ x + y + \sqrt{x^2 + y^2} = 100, 0 \leq x, 0 \leq y \right\} \quad \textbf{(5)}$$

> $NLPSolve(objective, constraints);$

$$[-428.932188134524665, [x = 29.2893218813452, y = 29.2893218813452]] \quad \textbf{(6)}$$

>

Παρατηρήστε ότι το βέλτιστο σχήμα είναι ισοσκελές ορθογώνιο τρίγωνο (ίσες οι κάθετες πλευρές). Παρατηρήστε ότι οι περιορισμοί δεν είναι γραμμικοί. Για αυτό κάνουμε μη γραμμικό προγραμματισμό με NLPSolve.