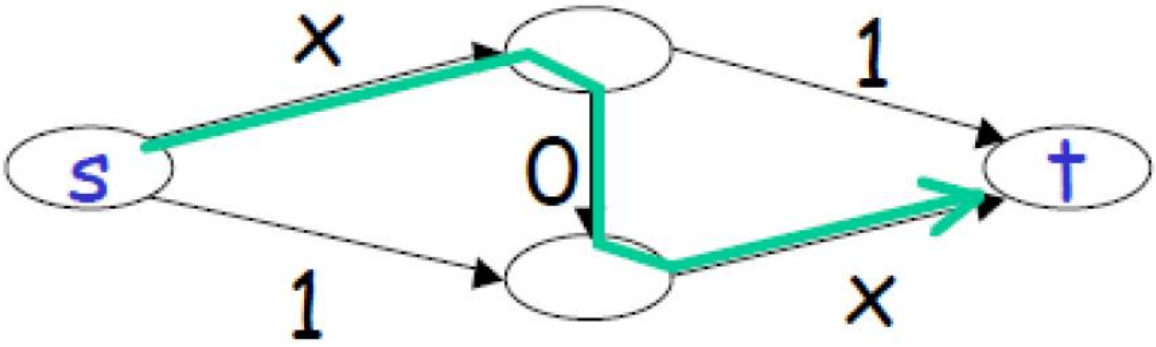


Στο άνω γράφημα υπάρχουν 3 μονοπάτια και με βάση αυτά τα μονοπάτια υπολογίζουμε την κοινωνικά βέλτιστη ανάθεση παρακάτω στο maple.

```
> with(Optimization):
> #συνολική καθυστέρηση πληθυσμού στο άνω μονοπάτι P1= καθυστέρηση #s->A->t επί
      πλήθος ροής P1= (1+p1+p2)·p1

      # συνολική καθυστέρηση πληθυσμού στο ζικζακ μονοπάτι P2= #καθυστέρηση
      s→A->B→t επί πλήθος ροής P2= (p1+p2+0+p2#+p3)·p2

      #συνολική καθυστέρηση πληθυσμού στο κάτω μονοπάτι P3= #καθυστέρηση s→B→t επί
      πλήθος ροής P3= (1+p2+p3)·p3

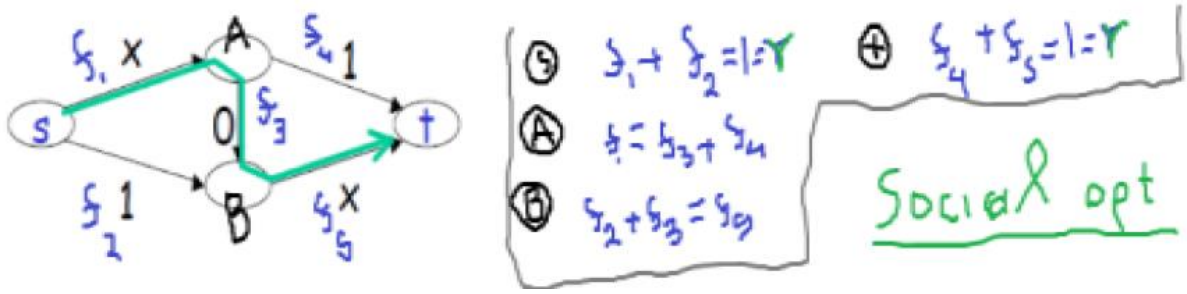
    #κάνοντας πράξεις βγαίνει η αντικειμενική: p1^2+2·p2^2+p3^2+2·p1·p2#+p1+p3+2·p2·p3

> QPSolve(p1^2+2·p2^2+p3^2+2·p1·p2+p1+p3+2·p2·p3, {p1+p2+p3=1}, assume
      =nonnegative);
    [1.50000000000000, [p1=0.500000000000000, p2=0., p3=0.500000000000000]]      (1)

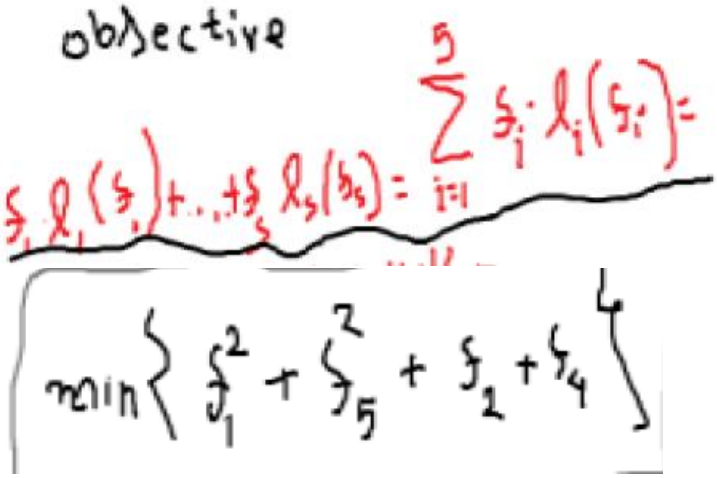
> #οπότε η μισή ροή πάει στο πάνω P1 και η μισή στο κάτω μονοπάτι P3για να #πετύχει το
      βέλτιστο κοινωνικό κόστος

> QPSolve(f1^2+f5^2+f2+f4, {f1+f4=1, f1=f2+f3, f4+f3=f5, f2+f5=1}, assume
      =nonnegative);
  [1.50000000000000, [f1=0.500000000000000, f2=0.500000000000000, f3=0., f4      (2)
    =0.500000000000001, f5=0.500000000000000]]
```

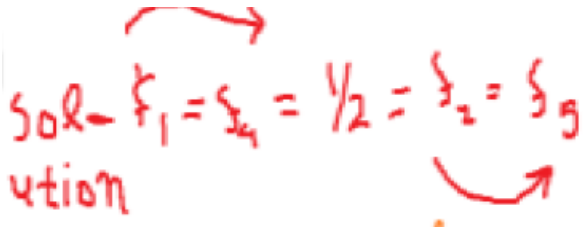
Τονίζουμε ότι η άνω τεχνική ανάλυσης της ροής ως προς τα μονοπάτια δεν είναι ιδιαίτερα αποδοτική, διότι σε ένα γράφημα τα μονοπάτια μπορεί να είναι πάρα πολλά. Αντίθετα, είναι καλύτερα να κάνουμε υπολογισμό της ροής ως προς τις ακμές που είναι πάντα πιο αποδοτική τεχνική. Έτσι, στο επόμενο σχήμα παρουσιάζουμε αυτή την τεχνική και υπολογίζουμε πάλι το βέλτιστο κοινωνικό κόστος, πρώτα γράφουμε τους περιορισμούς για τις ροές κάθε ακμής:



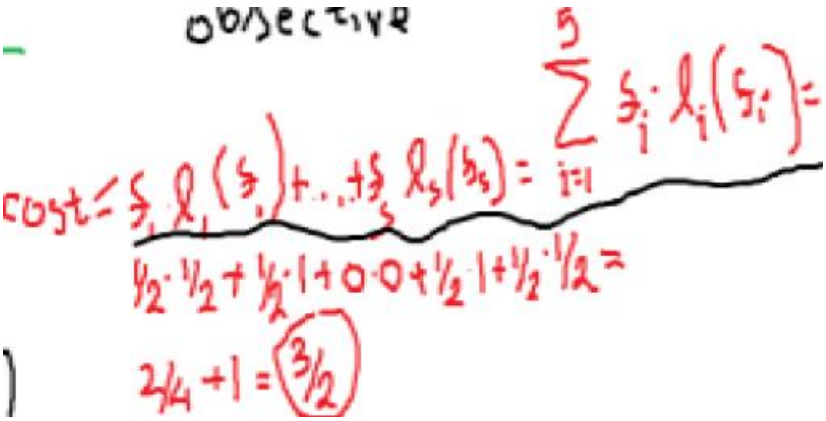
Μετά γράφουμε την αντικειμενική για το βέλτιστο κοινωνικό κόστος:



Και την λύση που προκύπτει:



Και το κόστος της:

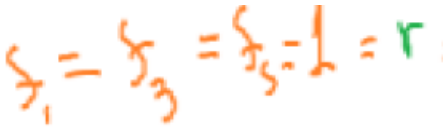


Παρατηρούμε ότι σε αυτή την ροή οι χρήστε βλέπουν το ζικζακ μονοπάτι να έχει πιο μικρή καθυστέρηση, έτσι θέλουν όλοι να πάνε εκεί. Ακριβέστερα, αυτό το βλέπουμε παρακάτω, όπου:

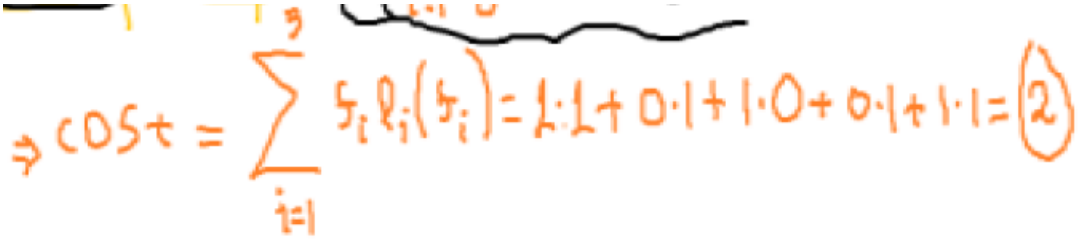
Στο ίδιο γράφημα υπολογίζουμε την Wardrop Equilibrium. Αφού και αυτή είναι ροή, γράφουμε πάλι τους ίδιους περιορισμούς με πριν. Αλλά τώρα αλλάζει η αντικειμενική συνάρτηση:



Η λύση που προκύπτει είναι:



Και το κόστος της είναι:



Παρατηρούμε ότι είναι μεγαλύτερο από το κόστος 3/2 της βέλτιστης κοινωνικής ανάθεσης.