



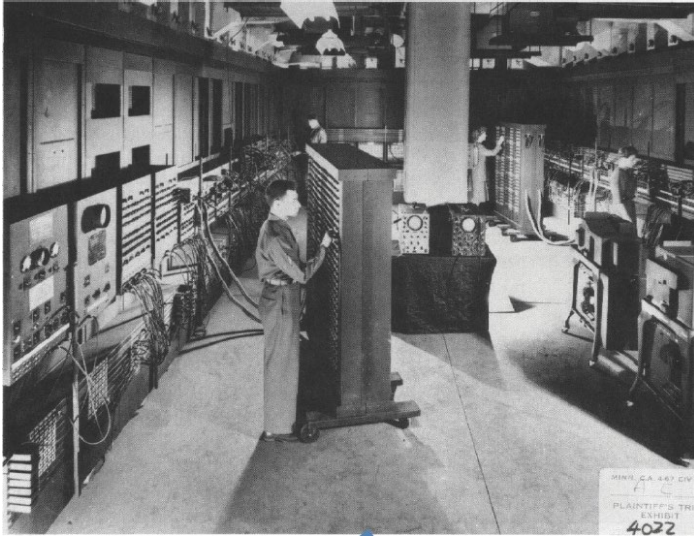
Πανεπιστήμιο Αιγαίου
Τμήμα Μηχανικών Πληροφοριακών και Επικοινωνιακών
Συστημάτων

Διαδίκτυο των Πραγμάτων

Έξυπνες συσκευές, αισθητήρες και actuators,
πλατφόρμες υλικού για IoT, ψηφιοποίηση
δεδομένων

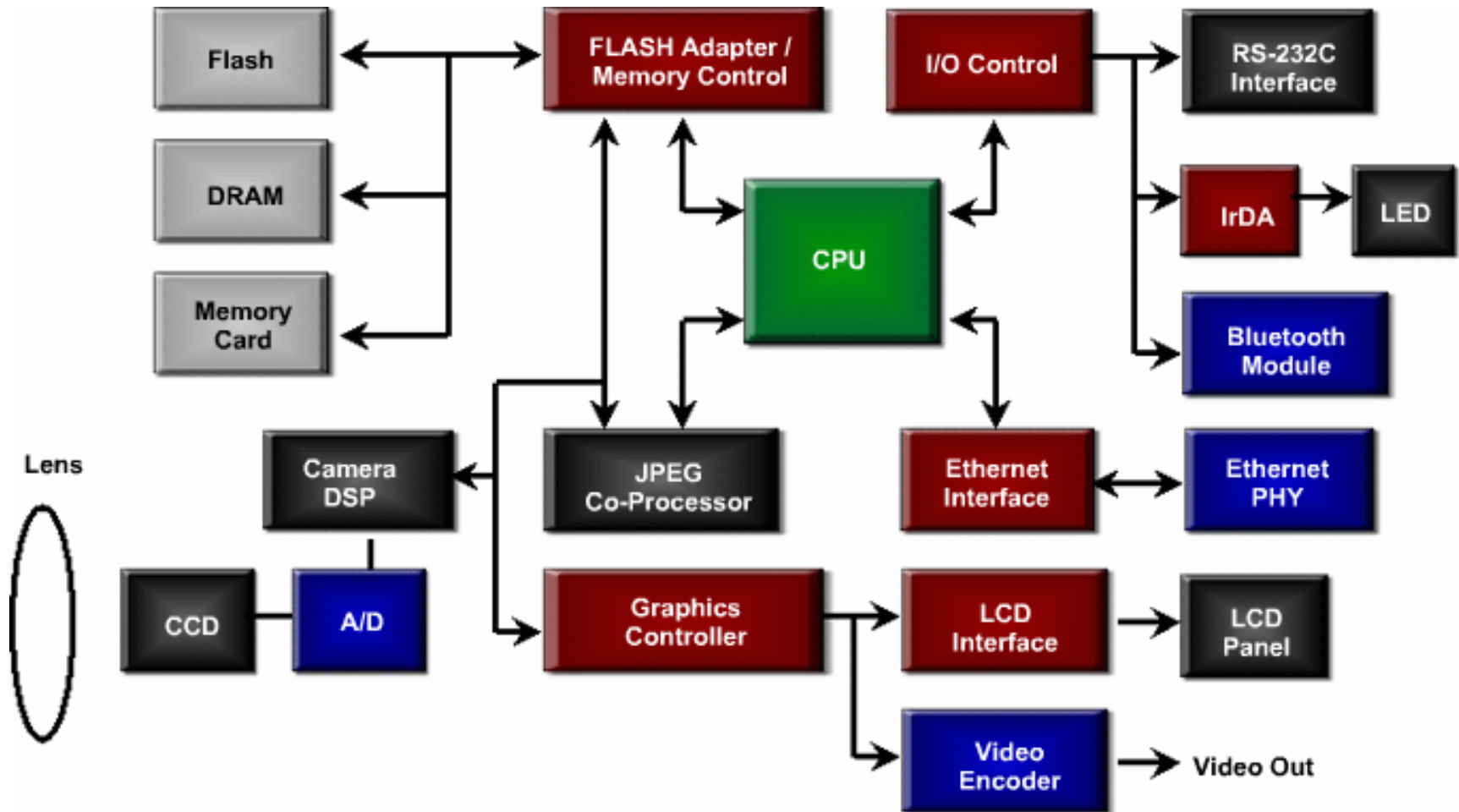
Ας παίξουμε! Βρείτε τον υπολογιστή...

2



Μέσα σε μία ψηφιακή φωτογραφική μηχανή

3



Έξυπνες συσκευές: υπάρχουν παντού

4



Ubiquitous computers

Τι είναι;

5

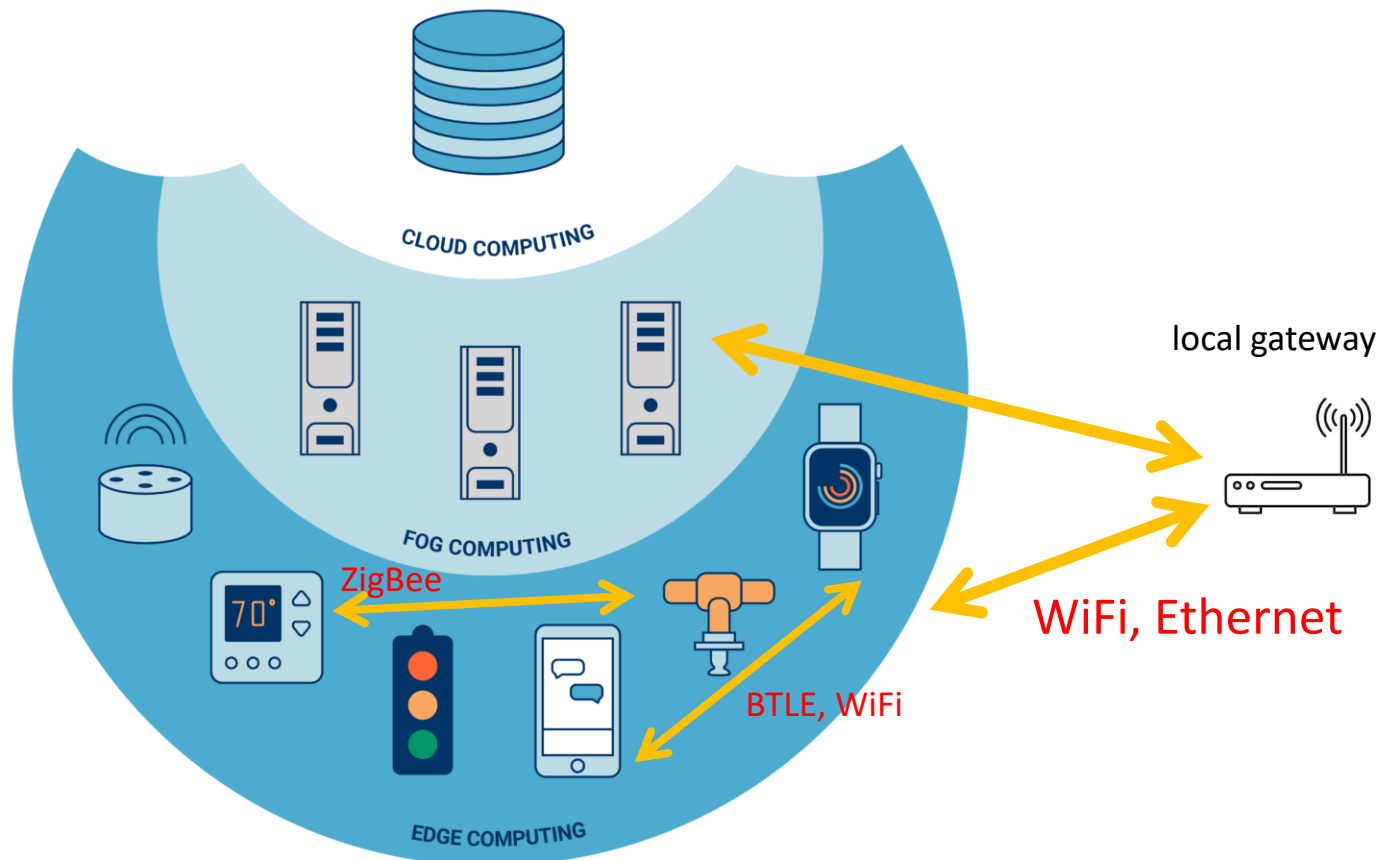
- Μια έξυπνη συσκευή είναι μια ηλεκτρονική συσκευή, συνδεδεμένη με άλλες συσκευές ή δίκτυα μέσω διαφορετικών, συνήθως ασύρματων, πρωτοκόλλων όπως Bluetooth, Zigbee, NFC, Wi-Fi, 5G κ.λπ., που μπορεί να λειτουργήσει σε κάποιο βαθμό διαδραστικά και αυτόνομα



Γιατί μας ενδιαφέρουν στο IoT;

6

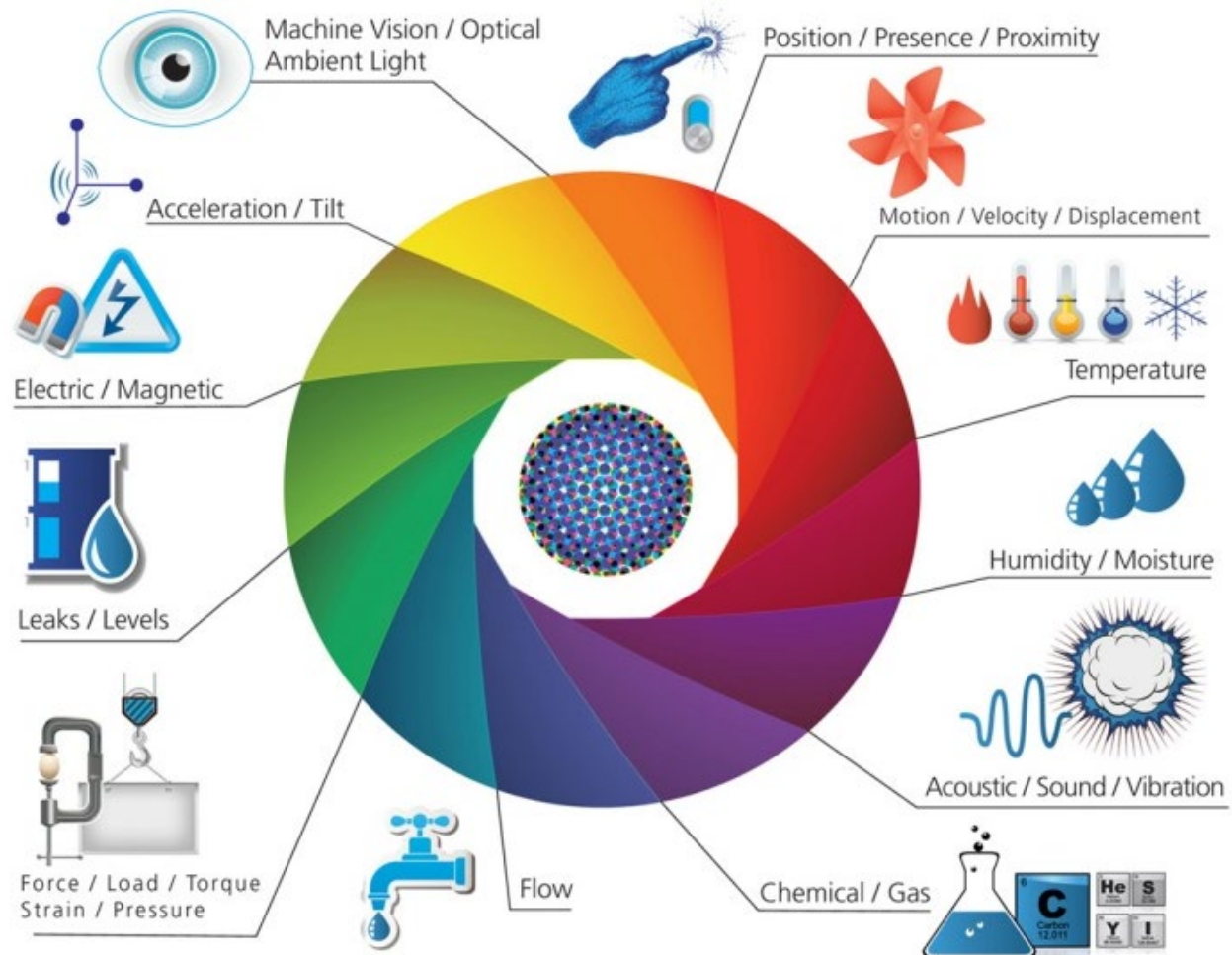
- Αποτελούν το βασικό «συστατικό» των παρυφών (edge) ενός τέτοιου δικτύου



Αισθητήρες και actuators (ενεργοποιητές)

7

- Το τμήμα εκείνο των έξυπνων συσκευών που λαμβάνει τις μετρήσεις (αισθητήρες) ή εκτελεί διάφορες ενέργειες (actuators)



- Είναι συσκευές που μεταβάλλουν το σήμα εξόδου τους σύμφωνα με μία συγκεκριμένη φυσική ποσότητα (είσοδος)
 - Για παράδειγμα, κάποιοι αισθητήρες φωτός (LDRs – Light Dependent Resistors) μεταβάλλουν την αντίστασή τους ανάλογα με την ποσότητα φωτός που δέχονται
- Κατηγοριοποίηση αισθητήρων
 - Active vs. Passive
 - Αντλεί ο αισθητήρας ενέργεια από το μετρούμενο σήμα;
 - Ψηφιακοί vs. Αναλογικοί
 - Είναι το σήμα εξόδου διακριτό ή συνεχές;
- Άλλη κατηγοριοποίηση: με βάση τη μετατροπή που κάνουν (δηλ. τι είσοδο λαμβάνουν και τι έξοδο παράγουν)
 - Φωτοηλεκτρικοί, θερμοηλεκτρικοί, ηλεκτροχημικοί, θερμο-οπτικοί,
...

Βασικές κατηγοριοποιήσεις αισθητήρων

9

□ Active vs. Passive

- Active sensors: Απαιτούν εξωτερική τροφοδοσία (τάση διέγερσης – excitation voltage) για την παραγωγή του σήματος εξόδου τους
- Passive sensors: Η ενέργεια για την παραγωγή του σήματος εξόδου παρέχεται από το μετρούμενο σήμα χωρίς τη χρήση τάσης διέγερσης

□ Ψηφιακοί vs. Αναλογικοί

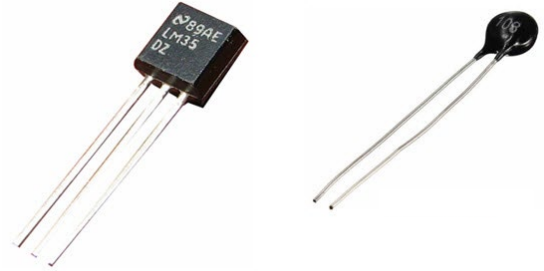
- Ψηφιακοί αισθητήρες: το σήμα εξόδου του αισθητήρα είναι δυαδικό
- Αναλογικοί αισθητήρες: το σήμα εξόδου του αισθητήρα είναι συνεχές και ανάλογο του μετρούμενου σήματος

Τύποι αισθητήρων (1/5)

10

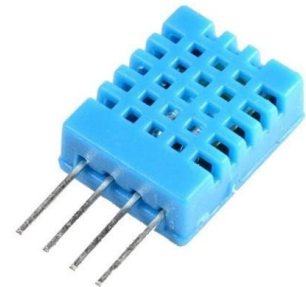
□ Αισθητήρες θερμοκρασίας

- Ίσως ο πιο ευρέως διαδεδομένος τύπος
- Οι αλλαγές στη θερμοκρασία αντιστοιχούν σε αλλαγές σε κάποια φυσική ιδιότητα του αισθητήρα όπως η αντίσταση ή η τάση
- Ιδιαίτερως χρήσιμοι σε εργοστάσια, αποθήκες, μετεωρολογικούς σταθμούς και στη γεωργία



□ Αισθητήρες υγρασίας

- Η χρήση τους συνδυάζεται συνήθως με αυτή των αισθητήρων θερμοκρασίας
 - Αρκετές φορές «έρχονται» στο ίδιο πακέτο
- Παρόμοιες αρχές λειτουργίας με αυτές των αισθητήρων θερμοκρασίας
- Χρήσιμοι επίσης στην εφοδιαστική αλυσίδα (συντήρηση τροφίμων) και στις μονάδες υγείας

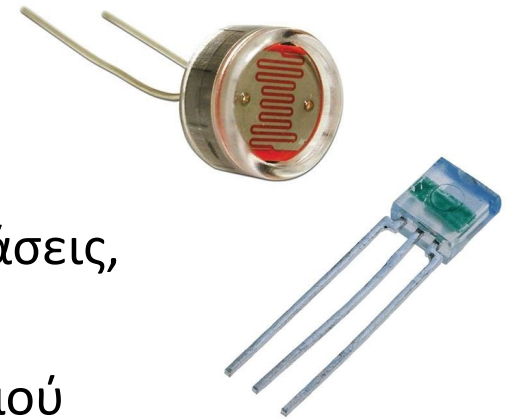


Τύποι αισθητήρων (2/5)

11

□ Αισθητήρες φωτός

- Αρχή λειτουργίας: μεταβολή αντίστασης ή φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (φωτοδίοδοι)
- Προσαρμογή φωτεινότητας σε έξυπνες τηλεοράσεις, κινητά τηλέφωνα, οθόνες υπολογιστών
- Έξυπνες πόλεις: προσαρμογή δημόσιου φωτισμού



□ Αισθητήρες ήχου

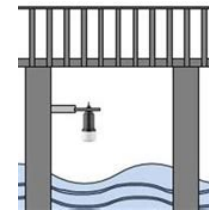
- Αρχή λειτουργίας: τάση μέσω ηλεκτρομαγνητικού ή πιεζοηλεκτρικού φαινομένου
- Σημαντικοί στις έξυπνες πόλεις (ηχορύπανση), ...
- ... αλλά και σε εφαρμογές κάτω από την επιφάνεια του νερού (υδρόφωνα)



Τύποι αισθητήρων (3/5)

12

- Αισθητήρες στάθμης υδάτων/υγρών
 - Μπορεί να είναι απλοί με διακοπτική λειτουργία, αλλά και να στηρίζονται στη μέτρηση της υδροστατικής πίεσης, σε οπτικά φαινόμενα (μέτρηση διαθλούμενου φωτός), σε αποστολή και λήψη υπερήχων, μικροκυματικών παλμών κ.ά.
 - Σημαντικοί σε συστήματα προειδοποίησης πλημμυρών αλλά και στη βιομηχανία



- Αισθητήρες εγγύτητας
 - Ανιχνεύουν την παρουσία ενός αντικειμένου και προσδιορίζουν την απόστασή του από τον αισθητήρα μέσω της εκπομπής μίας δέσμης ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας
 - Μεγάλο πλήθος εφαρμογών: έξυπνα αυτοκίνητα, ρομποτική, μηχανές εργοστασίων, αεροπορία, έξυπνα πάρκινγκ, ...



Τύποι αισθητήρων (4/5)

13

□ Αισθητήρες κίνησης

- Λειτουργία με αποστολή και λήψη υπερηχητικών κυμάτων, ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, ανίχνευση μεταβολών στο υπέρυθρο φάσμα και συνδυασμό των μεθόδων αυτών
- Εφαρμογές: συστήματα συναγερμού, συστήματα εξοικονόμησης ενέργειας, έξυπνες κάμερες, συσκευές με αυτοματοποιημένες λειτουργίες



□ Επιταχυνσιόμετρα και γυροσκόπια

- Επιταχυνσιόμετρο: ανίχνευση μεταβολής ταχύτητας και κραδασμών (κίνηση σε κάποιον άξονα)
- Γυροσκόπιο: μέτρηση γωνιακής ταχύτητας (περιστροφή γύρω από κάποιον άξονα)
- Συνήθως πάνε μαζί
- Εφαρμογές: πλοήγηση, ρομποτική, consumer electronics, σε βιομηχανικές διαδικασίες με περιστροφή

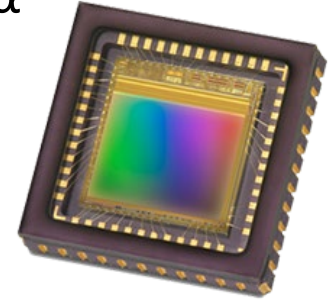


Τύποι αισθητήρων (5/5)

14

□ Αισθητήρες εικόνας

- Αποτελούνται από φωτοευαίσθητα στοιχεία, τα οποία είναι διατεταγμένα σε μορφή δισδιάστατου πίνακα
- Πλέον, κατασκευάζονται, κατά κύριο λόγο, σε τεχνολογία CMOS
- Εφαρμογές: έξυπνα οχήματα, συστήματα ασφαλείας, στρατιωτικός εξοπλισμός όπως ραντάρ και σόναρ, ιατρικές συσκευές απεικόνισης, ψηφιακές φωτογραφικές μηχανές, ...



□ Χημικοί αισθητήρες

- Μπορούν να ανιχνεύσουν χημικές ενώσεις, κυρίως σε υγρά ή στον αέρα
- Εφαρμογές: βιομηχανικά συστήματα ασφαλείας, συστήματα προστασίας περιβάλλοντος, έξυπνες πόλεις (έλεγχος ατμοσφαιρικής ρύπανσης)

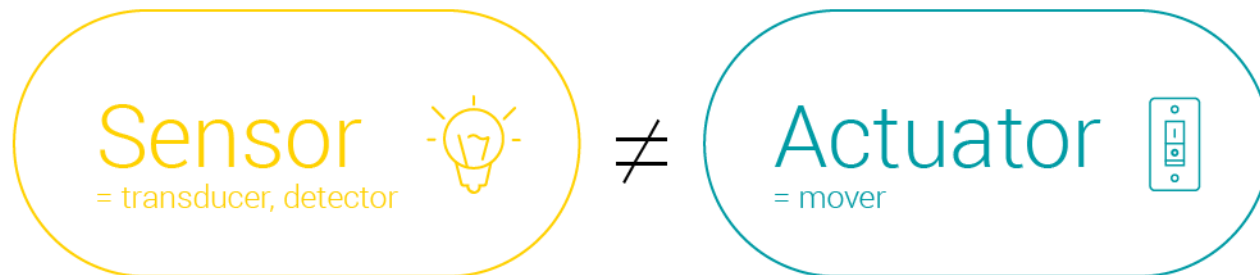


Άλλοι τύποι αισθητήρων

15

- Αισθητήρες υπερήχων
 - Απόσταση και ταχύτητα αντικειμένου
- Αισθητήρες υπέρυθρων
 - Διακριτός πομπός και δέκτης – κυρίως για ανίχνευση αντικειμένων σε συγκεκριμένο σημείο
- Αισθητήρες πίεσης
- Αισθητήρες ποιότητας νερού
- Αισθητήρες καπνού
- Οπτικοί αισθητήρες
 - Π.χ. αισθητήρες ανίχνευσης φωτιάς, με εκτίμηση της θερμοκρασίας μέσω ανίχνευσης του χρώματος ενός αντικειμένου

- Λαμβάνει εντολές (με τη μορφή ηλεκτρικών σημάτων) και τις μετατρέπει σε κάποιας μορφής κίνηση, π.χ.:
 - Άνοιγμα και κλείσιμο βαλβίδων
 - Αλλαγή θέσης συσκευών
 - Ενεργοποίηση ή απενεργοποίηση συσκευών
 - Εκπομπή ήχων ή φωτός



Τύποι actuators (1/2)

17

□ Γραμμικοί actuators

- Χρησιμοποιούνται για την κίνηση αντικειμένων σε ευθεία γραμμή



□ Κινητήρες (motors)

- Χρησιμοποιούνται για την περιστροφή εξαρτημάτων συσκευών ή αντικειμένων
 - Servo motors
 - Stepper motors
 - DC motors



Τύποι actuators (2/2)

18

□ Ρελέ (relays)

- Ηλεκτρικά ελεγχόμενοι διακόπτες
- Η λειτουργία τους στηρίζεται σε ηλεκτρομαγνήτες και χρησιμοποιούνται για την (απ)ενεργοποίηση ηλεκτρικών συσκευών αλλά και συστημάτων έξυπνων οχημάτων



□ Solenoids

- Είναι ειδικά σχεδιασμένοι ηλεκτρομαγνήτες
- Χρησιμοποιούνται σαν τμήματα μηχανισμών κλειδώματος ή ενεργοποίησης
 - Οικιακές συσκευές (βαλβίδες πλυντηρίων), συσκευές γραφείου (εκτυπωτές), αυτοκίνητα (κλειδαριές), βιομηχανικούς αυτοματισμούς κ.ά.

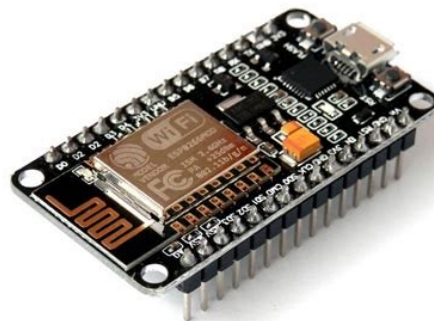


- Υπάρχουν 3 επιλογές
 - Πλατφόρμες στηριζόμενες σε μικροελεγκτές (MCUs – MicroController Units)
 - Single Board Computers (SBCs – στηρίζονται σε μικροεπεξεργαστές)
 - Πλατφόρμες στηριζόμενες σε προγραμματιζόμενα (επανα-διαμορφώσιμα) ολοκληρωμένα (FPGAs)
- Σημαντικές διαφορές σε υπολογιστική ισχύ – κατανάλωση – κόστος

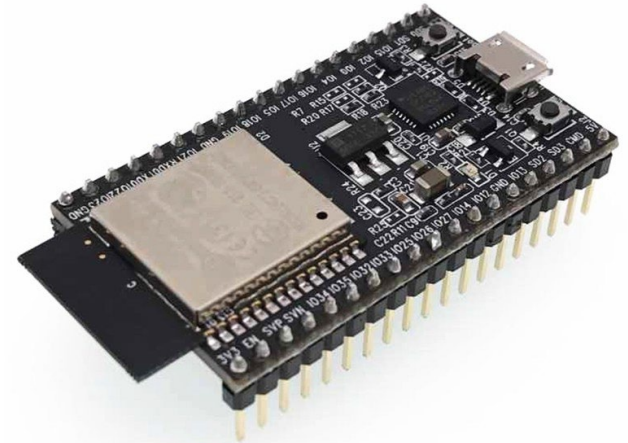
Πλατφόρμες στηριζόμενες σε μικροελεγκτές

20

- Μικροί 8-bit ή 32-bit μικροελεγκτές
- Μικρή κατανάλωση ισχύος (μπαταρία)
- Μικρή έως μέση χωρητικότητα μνήμης
- Διάφορα πρωτόκολλα σύνδεσης, τόσο με περιφερειακές συσκευές (αισθητήρες, actuators) όσο και με το δίκτυο
 - Ethernet, USB, WiFi, Bluetooth, ZigBee
- Κατάλληλες για μεγάλο πλήθος εφαρμογών IoT
- Παραδείγματα: Arduino, ESP8266, Particle Electron



- Πρόκειται για μία σημαντική αναβάθμιση του ESP8266
- Είναι ιδανικό για εφαρμογές IoT
- Dual-core processing @240MHz, 500KB RAM και μέχρι 16MB μνήμη Flash
- Bluetooth Low Energy και WiFi
- Πολύ μικρή κατανάλωση (25-200mA σε κανονική λειτουργία και 3mA σε sleep mode)



Χρησιμοποιούνται όμως πραγματικά;

22

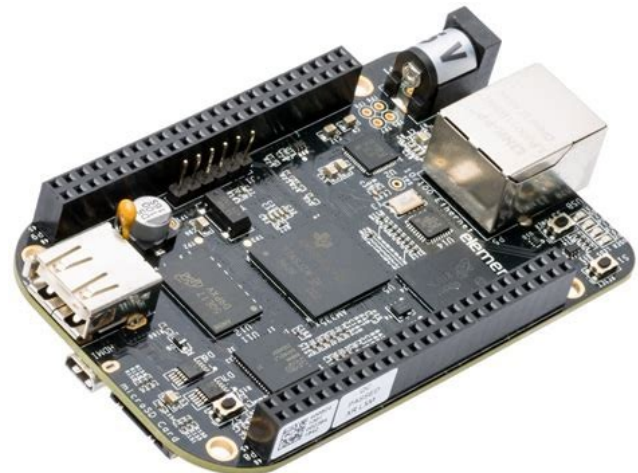
- Αρκετά εμπορικά προϊόντα για εφαρμογές έξυπνων σπιτιών χρησιμοποιούν πλατφόρμες της οικογένειας ESP



Πλατφόρμες SBC

23

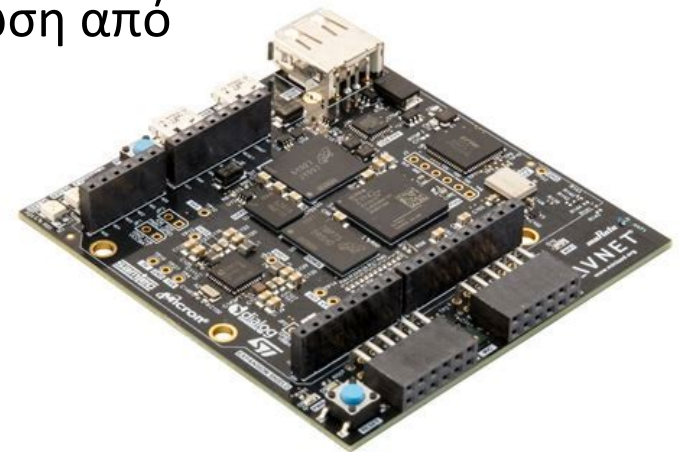
- Υπολογιστική ισχύς ↑ 😊
- Μνήμη ↑ 😊
- Κατανάλωση ↑ ☹
- Κόστος ↑ ☹
- Παραδείγματα: Raspberry Pi, BeagleBone Black



Πλατφόρμες στηριζόμενες σε FPGA

24

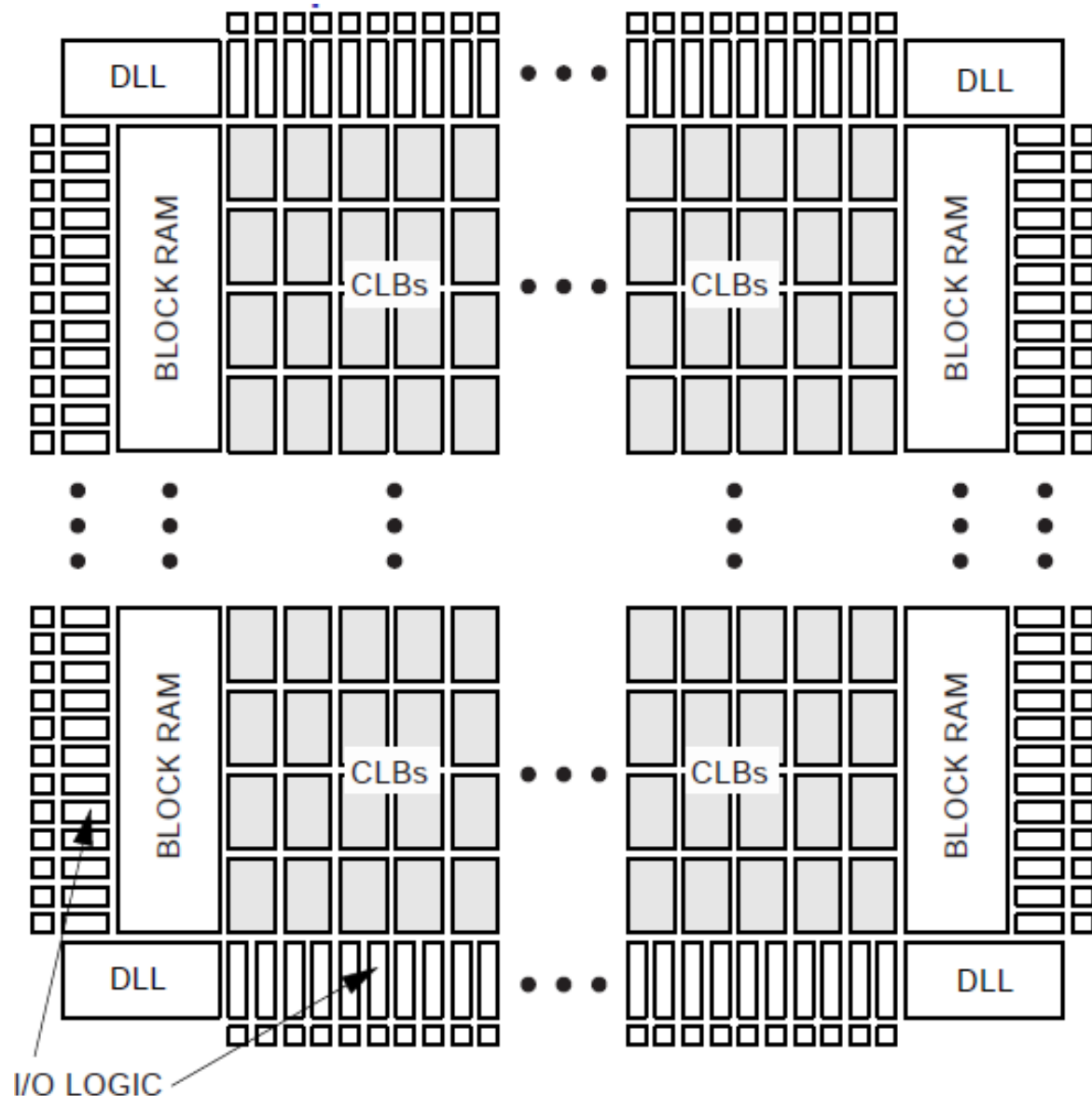
- Συνήθως περιλαμβάνουν ολοκληρωμένα τύπου SoC (System-on-a-Chip) = μικροεπεξεργαστής + προγραμματιζόμενη λογική
- Αν οι ακριβές υπολογιστικά διαδικασίες υλοποιηθούν στην προγραμματιζόμενη λογική:
 - Πολύ υψηλή απόδοση, μεγαλύτερη από των SBC
 - Μπορεί να έχουν μικρότερη κατανάλωση από τους SBC
- Παράδειγμα: AVNET MiniZed



Field-Programmable Gate Arrays (FPGAs)

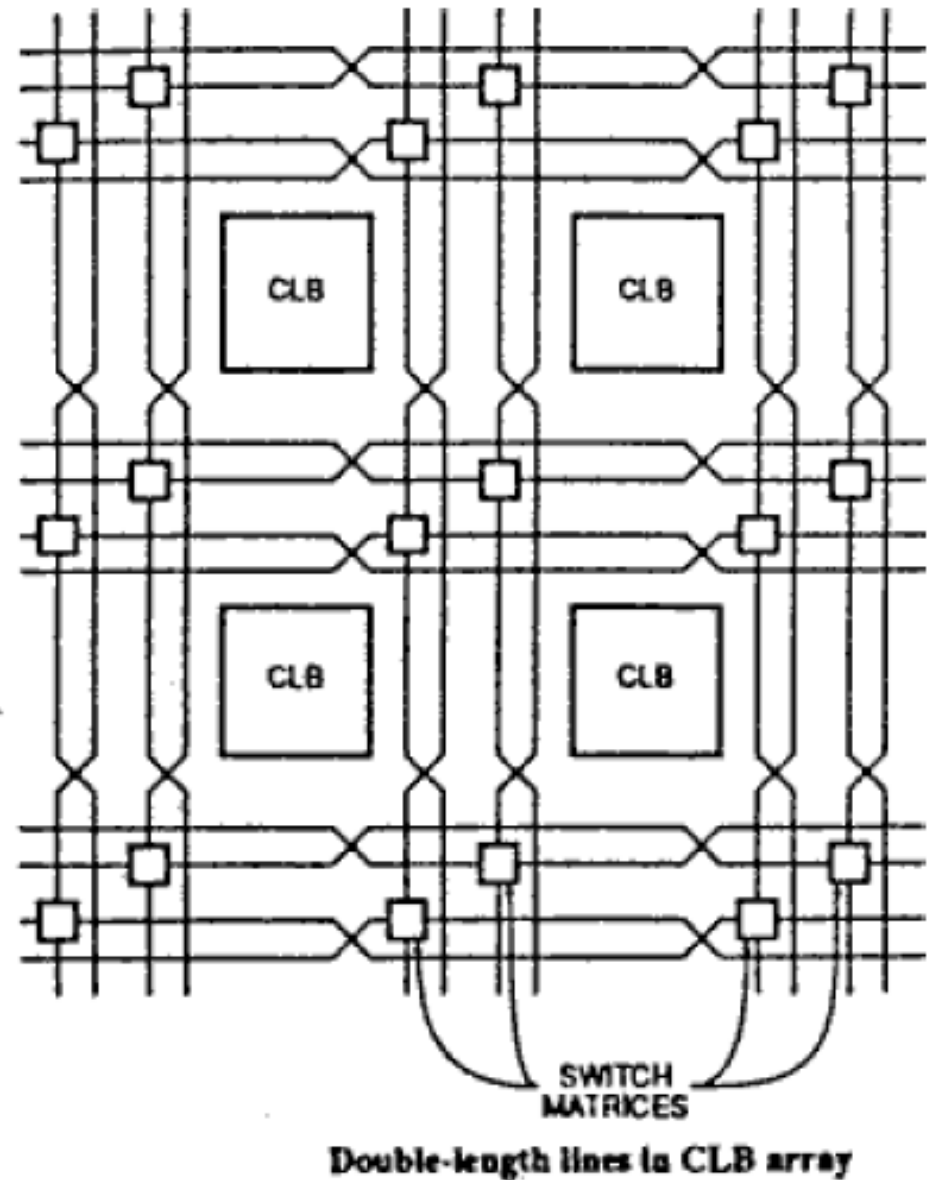
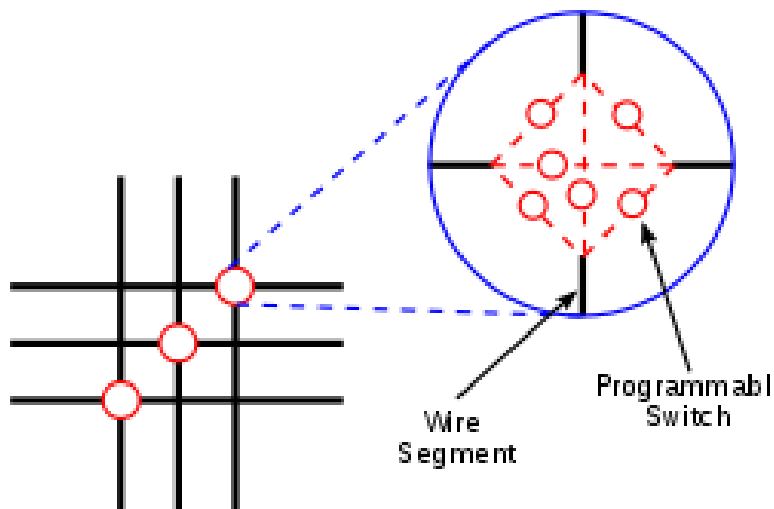
25

- Είναι ολοκληρωμένα κυκλώματα, των οποίων *το υλικό* είναι διαμορφώσιμο από το χρήστη
- Οι διαμορφώσεις δεν είναι μόνιμες και πραγματοποιούνται μετά την κατασκευή των ολοκληρωμένων



FPGAs: Γραμμές διασύνδεσης (καλώδια)

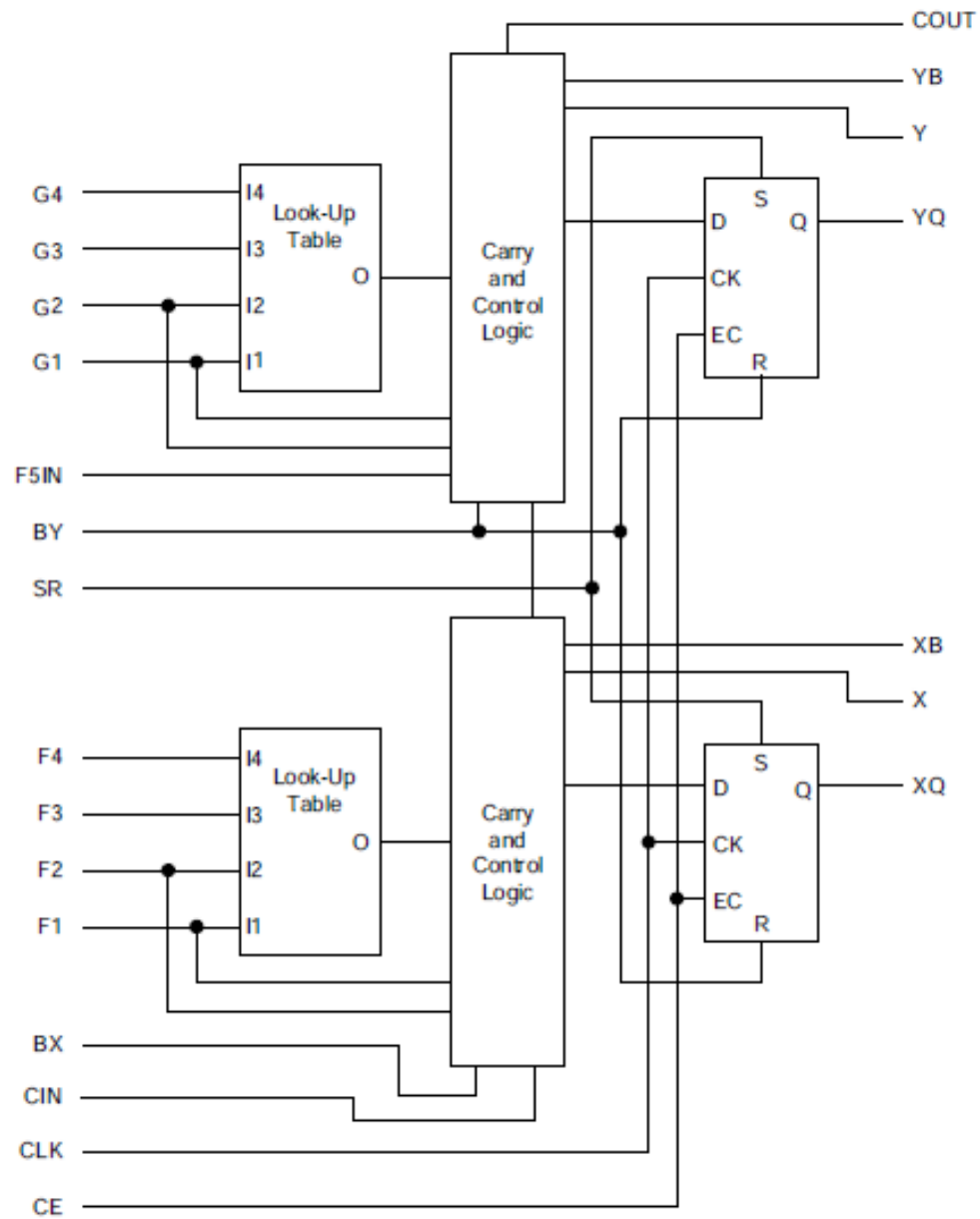
26



FPGAs: Configurable Logic Block (CLB)

27

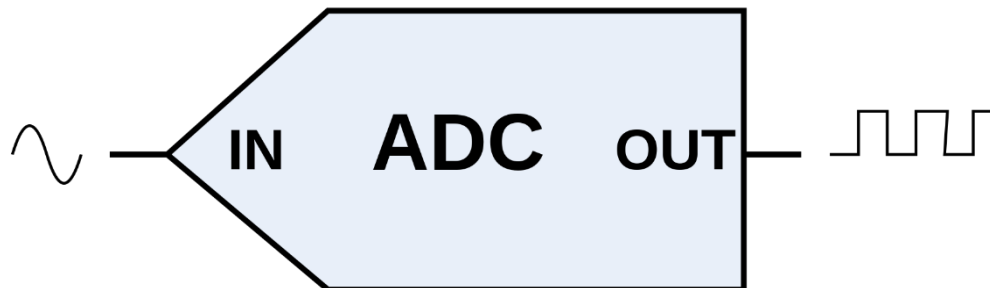
- Οι πύλες υλοποιούνται μέσω των πινάκων αλήθειας τους
- Οι πίνακες αυτοί είναι μνήμες και ονομάζονται Look-Up Tables (LUTs)
- Αλλάζοντας το περιεχόμενο των μνημών, αλλάζει και η συνάρτηση που υλοποιείται, άρα και η αντίστοιχη πύλη
- Αυτό είναι το βασικό χαρακτηριστικό που επιτρέπει την αναδιαμόρφωση του υλικού των FPGAs



Ψηφιοποίηση δεδομένων

28

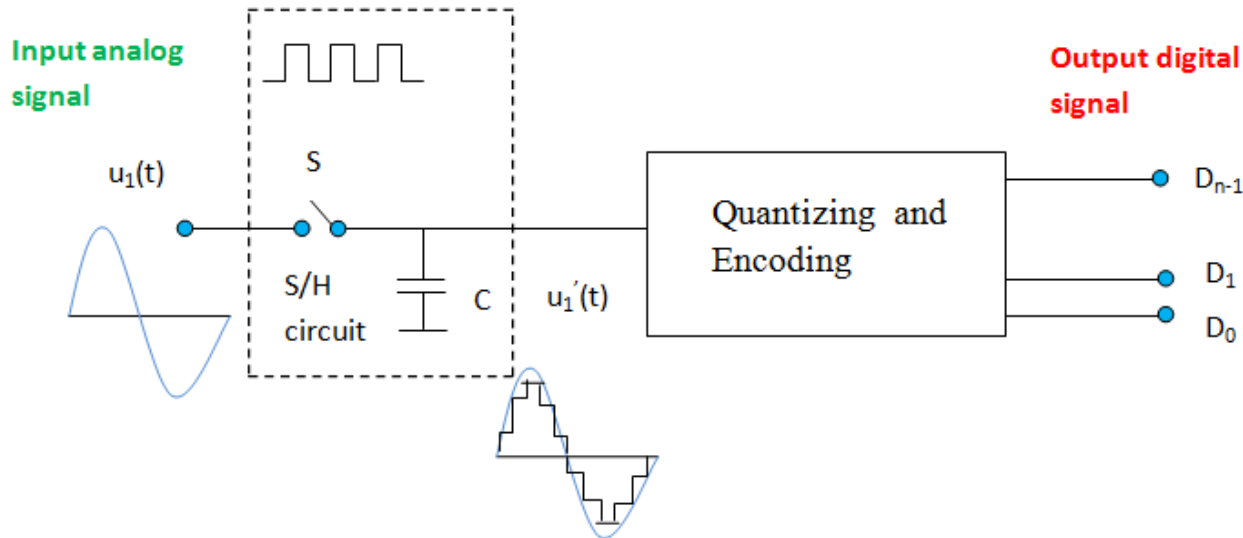
- Αρκετές φορές οι αισθητήρες που χρειαζόμαστε είναι αναλογικοί, δηλ. η έξοδός τους είναι ένα αναλογικό σήμα
- Το σήμα αυτό θα πρέπει να μετατραπεί σε ψηφιακή μορφή ώστε να είναι δυνατή η χρησιμοποίηση και η περαιτέρω επεξεργασία του εντός του δικτύου
- Η μετατροπή αυτή γίνεται από ειδικά κυκλώματα που ονομάζονται μετατροπείς από αναλογικό σε ψηφιακό (Analog-to-Digital Converters – ADCs)



Αρχή λειτουργίας ενός ADC

29

- Δύο βασικά βήματα
 - ▣ Δειγματοληψία και συγκράτηση (sampling and holding)
 - ▣ Κβαντισμός και κωδικοποίηση (quantization and encoding)



- Χαρακτηριστικά ADC
 - ▣ Ρυθμός δειγματοληψίας
 - ▣ Ανάλυση (resolution = πόσα bit χρησιμοποιούνται για κωδικοποίηση)

Πού βρίσκεται ο ADC και πώς μεταφέρονται τα δεδομένα;

30

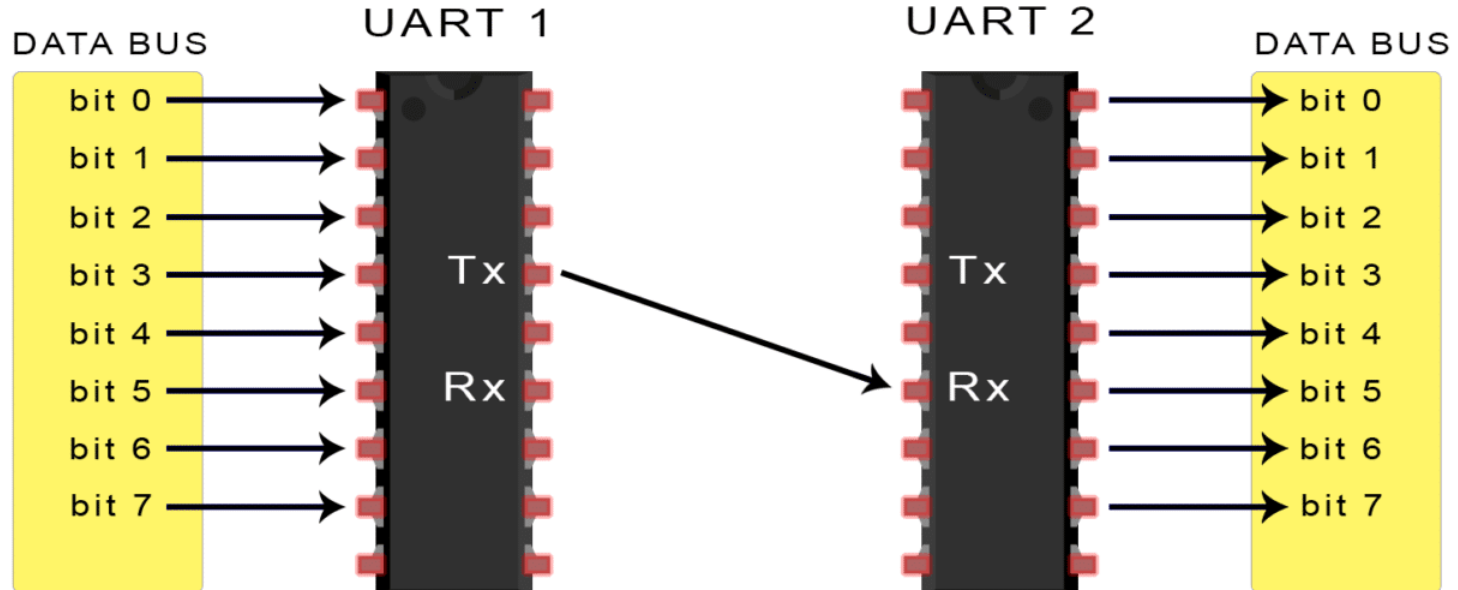
- Πού βρίσκεται ο ADC;
 - Ξεχωριστό ολοκληρωμένο
 - Κάποιες φορές περιλαμβάνεται στον αισθητήρα
 - Αρκετοί μικροελεγκτές έχουν ενσωματωμένους ADC

- Όταν η ψηφιοποίηση του αναλογικού σήματος γίνει εκτός του ολοκληρωμένου που ελέγχει τον κόμβο, τότε τα δεδομένα που έχουν προκύψει μεταφέρονται σε αυτό μέσω μίας, σειριακής συνήθως, διεπαφής
 - UART
 - SPI
 - I2C

UART

31

- While USB has almost completely replaced those old cables and connectors, UARTs are definitely not a thing of the past. You'll find UARTs being used in many DIY electronics projects to connect [GPS modules](#), [Bluetooth modules](#), and [RFID card reader modules](#) to your Raspberry Pi, Arduino, or other microcontrollers.



UART

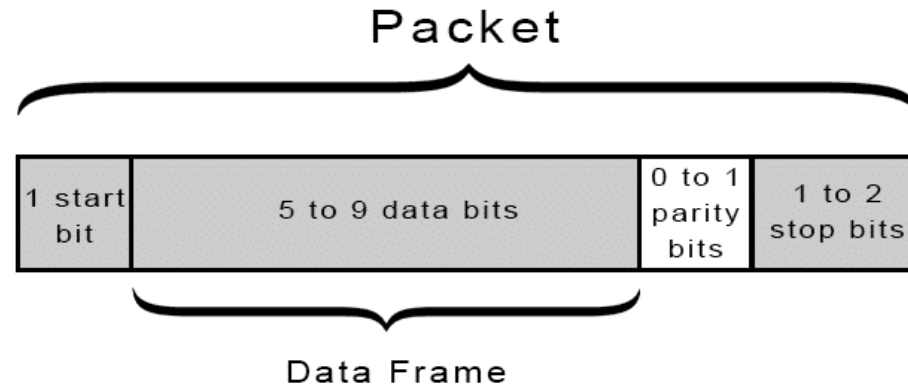
32

- One of the best things about UART is that it only uses two wires to transmit data between devices.
- In UART communication, two UARTs communicate directly with each other. The transmitting UART converts parallel data from a controlling device like a CPU into serial form, transmits it in serial to the receiving UART, which then converts the serial data back into parallel data for the receiving device.
- UARTs transmit data *asynchronously*, which means there is no clock signal to synchronize the output of bits from the transmitting UART to the sampling of bits by the receiving UART.
- When the receiving UART detects a start bit, it starts to read the incoming bits at a specific frequency known as the *baud rate*. Baud rate is a measure of the speed of data transfer, expressed in bits per second (bps). Both UARTs must operate at about the same baud rate.

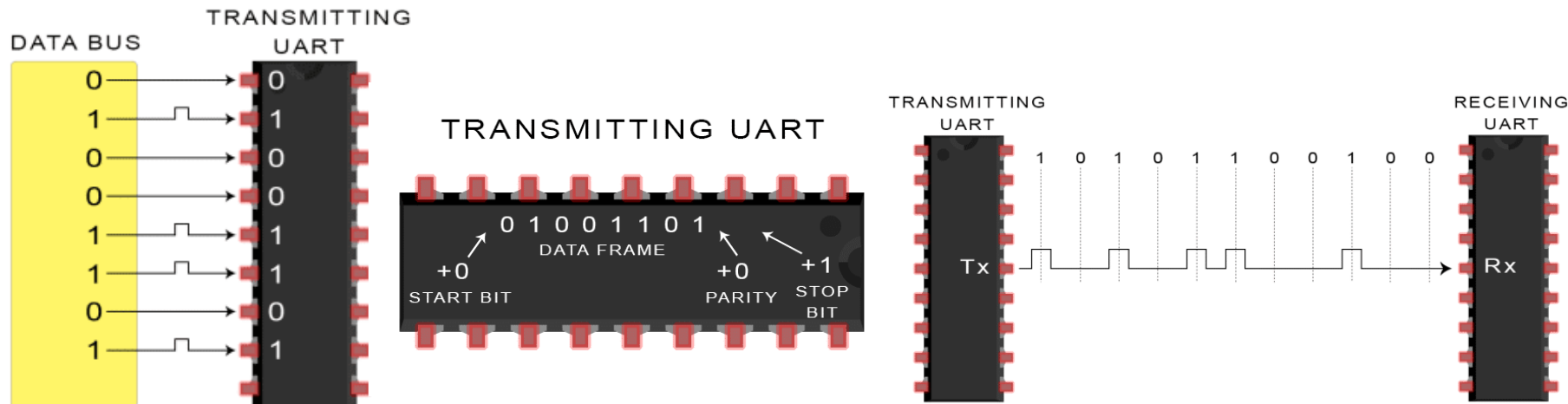
Wires Used	2
Maximum Speed	Any speed up to 115200 baud, usually 9600 baud
Synchronous or Asynchronous?	Asynchronous
Serial or Parallel?	Serial
Max # of Masters	1
Max # of Slaves	1

UART

33



- The UART data transmission line is normally held at a high voltage level when it's not transmitting data. To start the transfer of data, the transmitting UART pulls the transmission line from high to low for one clock cycle. When the receiving UART detects the high to low voltage transition, it begins reading the bits in the data frame at the frequency of the baud rate.



□ Advantages

- Only uses two wires
- No clock signal is necessary
- Has a parity bit to allow for error checking
- The structure of the data packet can be changed as long as both sides are set up for it
- Well documented and widely used method

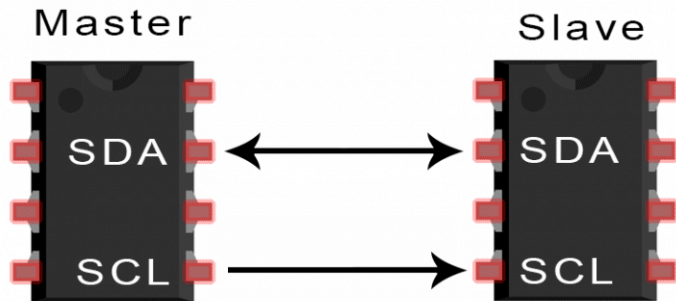
□ Disadvantages

- The size of the data frame is limited to a maximum of 9 bits
- Doesn't support multiple slave or multiple master systems
- The baud rates of each UART must be within 10% of each other

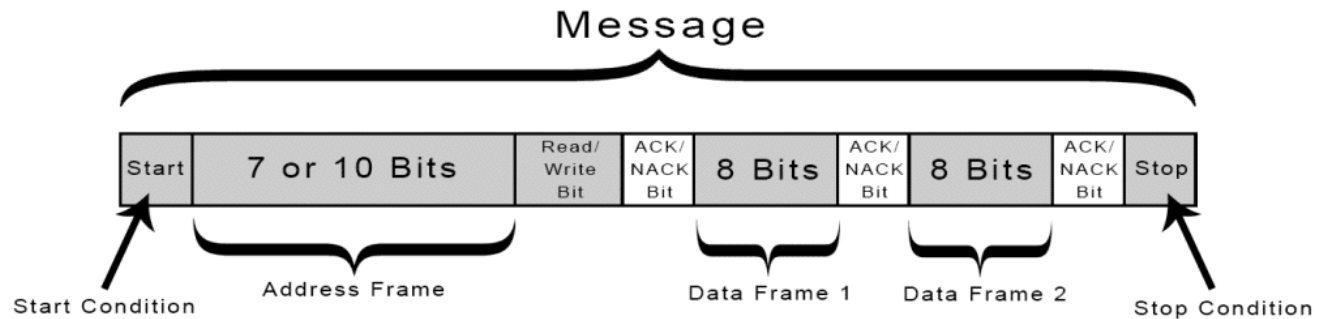
I2C

35

- ❑ I2C combines the best features of SPI and UARTs. With I2C, you can connect multiple slaves to a single master (like SPI) and you can have multiple masters controlling single, or multiple slaves. This is really useful when you want to have more than one microcontroller logging data to a single memory card or displaying text to a single LCD.
- ❑ Like UART communication, I2C only uses two wires to transmit data between devices:

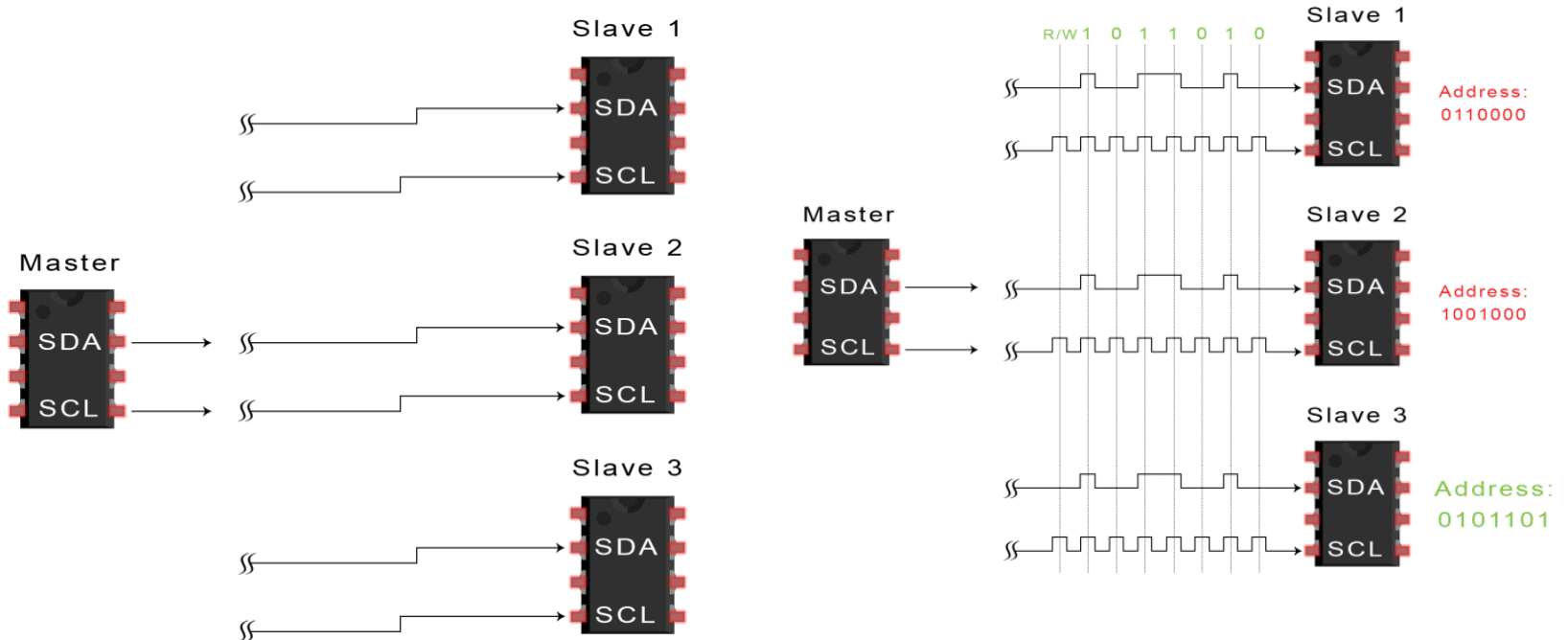


Wires Used	2
Maximum Speed	Standard mode= 100 kbps Fast mode= 400 kbps High speed mode= 3.4 Mbps Ultra fast mode= 5 Mbps
Synchronous or Asynchronous?	Synchronous
Serial or Parallel?	Serial
Max # of Masters	Unlimited
Max # of Slaves	1008

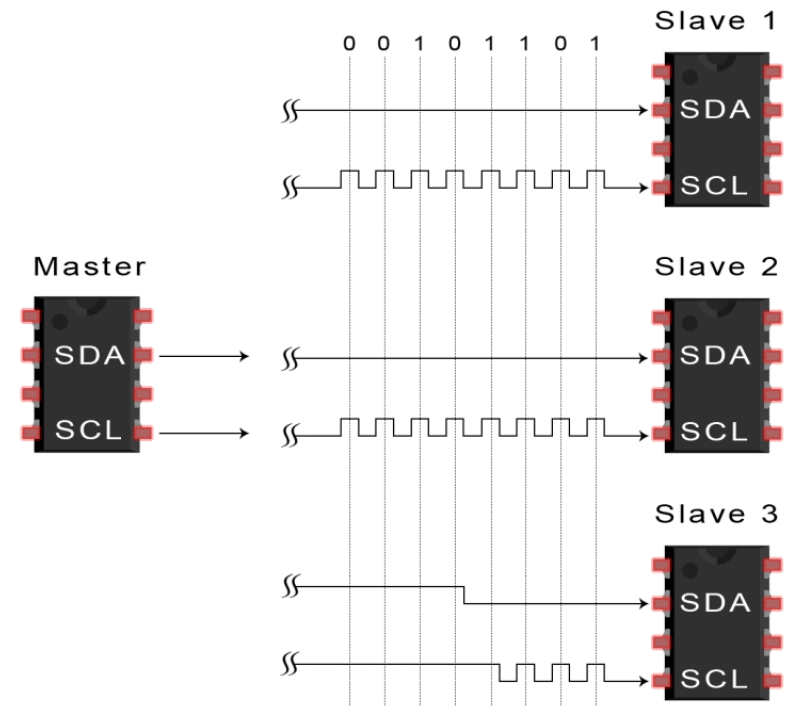


- **Start Condition:** The SDA line switches from a high voltage level to a low voltage level *before* the SCL line switches from high to low.
- **Stop Condition:** The SDA line switches from a low voltage level to a high voltage level *after* the SCL line switches from low to high.
- **Address Frame:** A 7 or 10 bit sequence unique to each slave that identifies the slave when the master wants to talk to it.
- **Read/Write Bit:** A single bit specifying whether the master is sending data to the slave (low voltage level) or requesting data from it (high voltage level).
- **ACK/NACK Bit:** Each frame in a message is followed by an acknowledge/no-acknowledge bit. If an address frame or data frame was successfully received, an ACK bit is returned to the sender from the receiving device.

- The master sends the start condition to every connected slave by switching the SDA line from a high voltage level to a low voltage level *before* switching the SCL line from high to low
- The master sends each slave the 7 or 10 bit address of the slave it wants to communicate with, along with the read/write bit:



- Each slave compares the address sent from the master to its own address. If the address matches, the slave returns an ACK bit by pulling the SDA line low for one bit. If the address from the master does not match the slave's own address, the slave leaves the SDA line high.
- The master sends or receives the data frame
- After each data frame has been transferred, the receiving device returns another ACK bit to the sender to acknowledge successful receipt of the frame:
- To stop the data transmission, the master sends a stop condition to the slave by switching SCL high before switching SDA high:



Binary decision

- Χρησιμοποιούμε αισθητήρα ώστε να μετράμε ένα φυσικό μέγεθος.
- Στην μέτρηση του αισθητήρα εισέρχεται θόρυβος και παραμόρφωση που οφείλεται στην ποιότητα του αισθητήρα, στις συνθήκες της μέτρησης, κλπ.
- Με βάση αυτή την μέτρηση θέλουμε να λάβουμε μια βασική δυική απόφαση.
- Π.χ. μέτρηση του self-test COVID. Κάνουμε το τεστ και αυτό μας ειδοποιεί αν έχουμε ή δεν έχουμε αρρωστήσει.
- Όμως όπως έχει δείξει η εμπειρία, η ένδειξη υπόκειται σε σφάλμα

Στατιστική εξαγωγή συμπερασμάτων (inference)

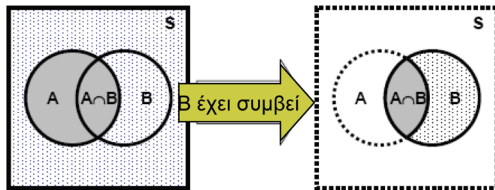
- Η μέτρηση του αισθητήρα αποτελεί μια τυχαία μεταβλητή.
- Έχουμε δυο ενδεχόμενα: H_0 και H_1
- Όταν ισχύει το H_0 , το φυσικό μέγεθος που παρακολουθούμε ακολουθεί μια συγκεκριμένη κατανομή πυκνότητας πιθανότητας.
- Όταν ισχύει το H_1 , το φυσικό μέγεθος που παρακολουθούμε ακολουθεί μια άλλη κατανομή πιθανότητας.
- Αν x η μέτρηση του αισθητήρα, τότε μιλάμε για τις pdf (probability density functions):

$$H_0 : P(x | H_0)$$

$$H_1 : P(x | H_1)$$

Δεσμευμένη Πιθανότητα

- $P(A|B)$ = Το υποσύνολο του δειγματικού χώρου που εκφράζει την πιθανότητα το B να είναι αληθές με δεδομένο ότι το A είναι αληθές

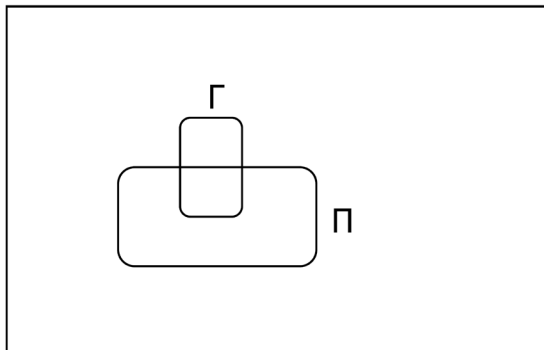


ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Π = "Να έχεις πονοκέφαλο"
 Γ = "Να έχεις γρίπη"

$$P(\Pi) = 1/10$$

$$P(\Gamma) = 1/40$$

$$P(\Pi|\Gamma) = 1/2$$



"Οι πονοκέφαλοι είναι σπάνιοι, η γρίπη είναι ακόμη πιο σπάνια, αλλά αν έχεις γρίπη υπάρχει μια 50-50 πιθανότητα να έχεις πονοκέφαλο"

Δεσμευμένη Πιθανότητα - Ορισμός

$$P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

Κανόνας του Bayes:

$$\left. \begin{array}{l} P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \\ P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \end{array} \right\} P(B | A) = \frac{P(A | B)P(B)}{P(A)}$$



Binary Decision

- Στην περίπτωση που ο αισθητήρας ανιχνεύει γεγονός μπορεί να θεωρηθεί πως το ενδεχόμενο H_0 περιέχει μόνο θόρυβο, ενώ αν το ενδεχόμενο να είναι αληθές το γεγονός περιέχει ένα σήμα + θόρυβο
- Σε αυτή την περίπτωση η απόφαση μετατρέπεται στο εξής:

$$H_0 : x(t) = w(t)$$

$$H_1 : x(t) = s(t) + w(t)$$

- Συνήθως ο θόρυβος θεωρείται AWGN

$$w(t) \sim N(0, \sigma_w^2)$$

Κανόνες Απόφασης

- Μέγιστη Πιθανοφάνεια (maximum likelihood):

$$P(x | H_0) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\leq}} P(x | H_1) \quad \frac{P(x | H_0) \overset{H_1}{\underset{H_0}{\leq}}}{P(x | H_1) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\leq}}} \leq 1$$

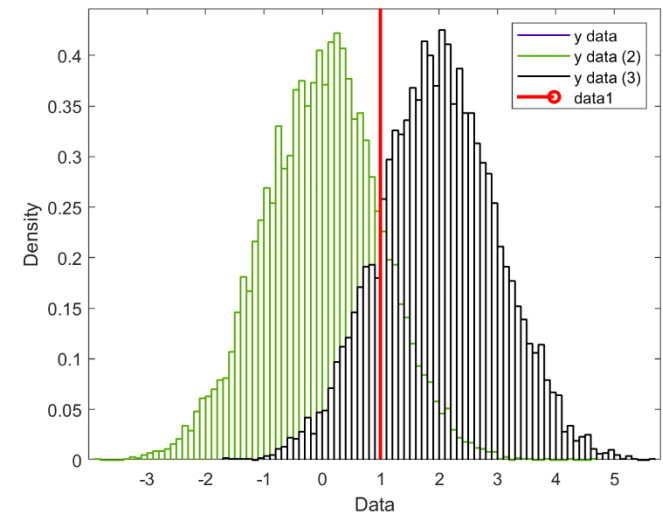
- Το παραπάνω λέγεται λόγος πιθανοφάνειας.
- Σημείωση: Προσοχή! Μερικές φορές στον λόγο, βρίσκεται στον αριθμητή το $P(x | H_0)$ ενώ άλλες το $P(x | H_1)$. Προσέχουμε και αλλάζουμε ανάλογα την φορά της ανισότητας

Μέγιστη Πιθανοφάνεια

- Συνήθως υπάρχουν εκθετικές κατανομές.
- Για αυτό το λόγο, συνήθως παίρνουμε το $\ln$ του λόγου αυτό.
- Αυτό ονομάζεται λόγος log-likelihood

$$\ln \frac{P(x | H_0)}{P(x | H_1)} \leq \ln(1)$$

$$\ln P(x | H_0) \leq \ln P(x | H_1)$$



Μέγιστη εκ των υστέρων πιθανότητα

- Maximum A posteriori Probability (MAP)
- Δεν κοιτάμε το $P(x|H_0)$ αλλά το $P(H_0|x)$

$$P(H_0|x) \geq P(H_1|x)$$

$$\frac{P(x|H_0)P(H_0)}{P(x)} \geq \frac{P(x|H_1)P(H_1)}{P(x)}$$

$$\frac{P(x|H_0)}{P(x|H_1)} \geq \frac{P(H_1)}{P(H_0)}$$

$$\ln P(x|H_0) - \ln P(x|H_1) \geq \ln P(H_1) - \ln P(H_0)$$

Γενίκευση απόφασης

□ Χρήση κατωφλίου

$$\frac{P(x | H_1)}{P(x | H_0)} \geq \gamma \Rightarrow t = \frac{P(x | H_1)}{P(x | H_0)} \geq \gamma$$

$$\ln P(x | H_1) - \ln P(x | H_0) \geq \ln \gamma$$

$$\ln P(x | H_1) - \ln P(x | H_0) \geq \gamma'$$

$$t' \geq \gamma'$$

Σφάλματα

- Πιθανότητα Χαμένης Ανίχνευσης (Missed Detection)
- Αποφασίζουμε H_0 παρότι ισχύει H_1

$$P(D_0 | H_1) = P(t < \gamma | H_1)$$

- Ο υπολογισμός γίνεται μέσω της συνάρτησης αθροιστικής κατανομής πιθανότητας (Cumulative Distribution Function).
- Ορισμός CDF:

$$F_{H_1}(\gamma) = \int_{-\infty}^{\gamma} f_{H_1}(t) dt$$

Σφάλματα

- Πιθανότητα Λάθος Συναγερμού (False Alarm)
- Αποφασίζουμε H_1 παρότι ισχύει H_0

$$P(D_1 | H_0) = P(t > \gamma | H_0)$$

- Σε αυτή την περίπτωση λόγω της φοράς της ανισότητας πρέπει να πάρουμε την συμπληρωματική cdf, δηλ

$$P(t > \gamma | H_0) = 1 - F_{H_0}(\gamma) = \int_{-\infty}^{\gamma} f_{H_0}(t) dt$$

Neyman-Pearson

- Θεώρημα: ο βέλτιστος ανιχνευτής για δεδομένη πιθανότητα false alarm δίνεται από τον λόγο πιθανοφάνειας με κατώφλι γ , αυτό που επιτυγχάνει την στοχευμένη P_{FA}

$$\frac{P(x | H_1)}{P(x | H_0)} \geq \gamma$$

- Όπου:

$$\gamma = \text{inv}\left(1 - F_{H_0}(\gamma) = P_{FA}\right)$$

Επέκταση σε πολυδιάστατες μεταβλητές

- Δεν αλλάζει τίποτα.
- Το μοναδικό που γίνεται είναι η μεταβλητή x γίνεται διάνυσμα...

$$\frac{P(\mathbf{x} | H_1)}{P(\mathbf{x} | H_0)} \geq \gamma$$

Bayesian Risk

$$R(D_0 | \mathbf{x}) = \lambda_{11}P(D_0, \mathbf{x} | H_0) + \lambda_{21}P(D_0, \mathbf{x} | H_1)$$

$$R(D_1 | \mathbf{x}) = \lambda_{12}P(D_1, \mathbf{x} | H_0) + \lambda_{22}P(D_1, \mathbf{x} | H_1)$$

□ Συνολικό ρίσκο:

$$R = \sum R(D_i | \mathbf{x}) p(\mathbf{x}) d(\mathbf{x})$$

□ Σε αυτή την περίπτωση το κατώφλι δίνεται ως:

$$\frac{P(\mathbf{x} | H_0)}{P(\mathbf{x} | H_1)} \lessgtr \frac{(\lambda_{12} - \lambda_{22}) P(H_1)}{(\lambda_{21} - \lambda_{11}) P(H_0)}$$

Παράδειγμα

- Gaussian noise.
- Gaussian input.

$$H_0 : \mathbf{x} = \mathbf{w}$$

$$H_1 : \mathbf{x} = \mathbf{s} + \mathbf{w}$$

$$H_0 : P(\mathbf{x} | H_0) = \frac{1}{(2\pi\sigma_w^2)^{\frac{L}{2}}} e^{-\frac{\mathbf{x}^T \mathbf{x}}{2\sigma_w^2}}$$

$$H_1 : P(\mathbf{x} | H_1) = \frac{1}{(2\pi(\sigma_s^2 + \sigma_w^2))^{\frac{L}{2}}} e^{-\frac{\mathbf{x}^T \mathbf{x}}{2(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)}}$$

- Έστω το $\mathbf{x}$ διάνυσμα δυο στοιχείων ($L=2$)
- Κατασκευάστε τους ανιχνευτές και υπολογίστε τις αποφάσεις για διάφορα σενάρια

Παράδειγμα

- Κατασκευάζω το likelihood ratio και το log-likelihood ratio που έτσι και αλλιώς μας χρησιμεύει σε λίγο-πολύ όλα

$$\frac{P(\mathbf{x} | H_1)}{P(\mathbf{x} | H_0)} = \frac{2\pi\sigma_w^2 \times e^{-\frac{x_0^2 + x_1^2}{2(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}}}{2\pi(\sigma_w^2 + \sigma_s^2) \times e^{-\frac{x_0^2 + x_1^2}{2\sigma_w^2}}}$$

$$\ln \frac{P(\mathbf{x} | H_1)}{P(\mathbf{x} | H_0)} = \ln 2\pi\sigma_w^2 - \ln 2\pi(\sigma_w^2 + \sigma_s^2) + \left(-\frac{x_0^2 + x_1^2}{2(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)} \right) - \left(-\frac{x_0^2 + x_1^2}{2\sigma_w^2} \right)$$

$$\text{log-likelihood} : \ln 2\pi\sigma_w^2 - \ln 2\pi(\sigma_w^2 + \sigma_s^2) + \frac{1}{2} \left(\frac{x_0^2 + x_1^2}{\sigma_w^2} - \frac{x_0^2 + x_1^2}{\sigma_w^2 + \sigma_s^2} \right)$$

- Τώρα ανάλογα με τον ανιχνευτή προσαρμόζω τα κατώφλια

Maximum (log) Likelihood

$$-2 \ln 2\pi\sigma_w^2 - \frac{x_0^2 + x_1^2}{\sigma_w^2} \geq -2 \ln 2\pi(\sigma_w^2 + \sigma_s^2) - \frac{x_0^2 + x_1^2}{\sigma_w^2 + \sigma_s^2}$$

- Προφανώς μπορούμε να αλλάξουμε τα πρόσημα με προσοχή στην ανισότητα

Maximum A Posteriori

- Εδώ απαιτείται μια επιπλέον γνώση!
- Το πρόβλημα είναι ότι πολλές φορές κάτι τέτοιο δεν υπάρχει

$$\ln P(x | H_0) + \ln P(H_1) \geq \ln P(x | H_1) + \ln P(H_0)$$

$$-2 \ln 2\pi \sigma_w^2 - \frac{x_0^2 + x_1^2}{\sigma_w^2} + 2 \ln P(H_1) \geq -2 \ln 2\pi (\sigma_w^2 + \sigma_s^2) - \frac{x_0^2 + x_1^2}{\sigma_w^2 + \sigma_s^2} + 2 \ln P(H_0)$$

Neyman-Pearson

- Ξεκινάμε απλουστεύοντας λίγο τον ανιχνευτή από το likelihood ratio:

$$2 \ln 2\pi\sigma_w^2 - 2 \ln 2\pi(\sigma_w^2 + \sigma_s^2) + \frac{x_0^2 + x_1^2}{\sigma_w^2} - \frac{x_0^2 + x_1^2}{\sigma_w^2 + \sigma_s^2} \geq 2 \ln \gamma$$

$$\frac{x_0^2 + x_1^2}{\sigma_w^2} - \frac{x_0^2 + x_1^2}{\sigma_w^2 + \sigma_s^2} \geq 2 \ln \gamma - 2 \ln 2\pi\sigma_w^2 + 2 \ln 2\pi(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)$$

$$\frac{x_0^2 + x_1^2}{\sigma_w^2} - \frac{x_0^2 + x_1^2}{\sigma_w^2 + \sigma_s^2} \geq \gamma''$$

$$(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)(x_0^2 + x_1^2) - \sigma_w^2(x_0^2 + x_1^2) \geq \gamma''\sigma_w^2(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)$$

$$(x_0^2 + x_1^2) \geq \frac{\gamma''\sigma_w^2(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_w^2} \Rightarrow (x_0^2 + x_1^2) \geq \gamma'''$$

Neyman – Pearson / Ενεργειακός ανιχνευτής

- Πρόκειται για απλή μέτρηση ενέργειας.
- Άρα το μετρικό απόφασης είναι:

$$t = x_0^2 + x_1^2$$

- Η κατανομή του αθροίσματος ισχύος L δειγμάτων κανονικής κατανομής δίνεται από την κατανομή Γάμμα

$$t \sim Gamma\left(\frac{L}{2}, 2\sigma^2\right)$$

Neyman – Pearson / Ενεργειακός ανιχνευτής

- Η κατανομή Γάμμα περιγράφεται από πολύπλοκες συναρτήσεις.
- Για να λυθεί μια τέτοια άσκηση θα πρέπει να σας δίνονται πίνακες ή προσεγγίσεις με λύσεις.
- Παρόλα αυτά, σύμφωνα με το Θ. ΝΡ, το κατώφλι προκύπτει:

$$\begin{aligned}\tilde{\gamma} &= \text{inv}\left(1 - F_{H_0}(\gamma) = P_{FA}\right) \\ &= \text{inv}\left(1 - CDF_{\text{gamma}}\left(\frac{L(=2)}{2}, 2\sigma_w^2\right) = P_{FA}\right)\end{aligned}$$

Parameters	• $k > 0$ shape • $\theta > 0$ scale	• $\alpha > 0$ shape • $\beta > 0$ rate
Support	$x \in (0, \infty)$	$x \in (0, \infty)$
PDF	$f(x) = \frac{1}{\Gamma(k)\theta^k} x^{k-1} e^{-\frac{x}{\theta}}$	$f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}$
CDF	$F(x) = \frac{1}{\Gamma(k)} \gamma\left(k, \frac{x}{\theta}\right)$	$F(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \gamma(\alpha, \beta x)$
Mean	$k\theta$	$\frac{\alpha}{\beta}$
Median	No simple closed form	No simple closed form
Mode	$(k-1)\theta$ for $k \geq 1$, 0 for $k < 1$	$\frac{\alpha-1}{\beta}$ for $\alpha \geq 1$, 0 for $\alpha < 1$
Variance	$k\theta^2$	$\frac{\alpha}{\beta^2}$
Skewness	$\frac{2}{\sqrt{k}}$	$\frac{2}{\sqrt{\alpha}}$
Ex. kurtosis	$\frac{6}{k}$	$\frac{6}{\alpha}$
Entropy	$k + \ln \theta + \ln \Gamma(k) + (1-k)\psi(k)$	$\alpha - \ln \beta + \ln \Gamma(\alpha) + (1-\alpha)\psi(\alpha)$
MGF	$(1 - \theta t)^{-k}$ for $t < \frac{1}{\theta}$	$\left(1 - \frac{t}{\beta}\right)^{-\alpha}$ for $t < \beta$
CF	$(1 - \theta it)^{-k}$	$\left(1 - \frac{it}{\beta}\right)^{-\alpha}$
Fisher information	$I(k, \theta) = \begin{pmatrix} \psi^{(1)}(k) & \theta^{-1} \\ \theta^{-1} & k\theta^{-2} \end{pmatrix}$	$I(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} \psi^{(1)}(\alpha) & -\beta^{-1} \\ -\beta^{-1} & \alpha\beta^{-2} \end{pmatrix}$
Method of Moments	$k = \frac{E[X]^2}{V[X]}$ $\theta = \frac{V[X]}{E[X]}$	$\alpha = \frac{E[X]^2}{V[X]} \beta = \frac{E[X]}{V[X]}$

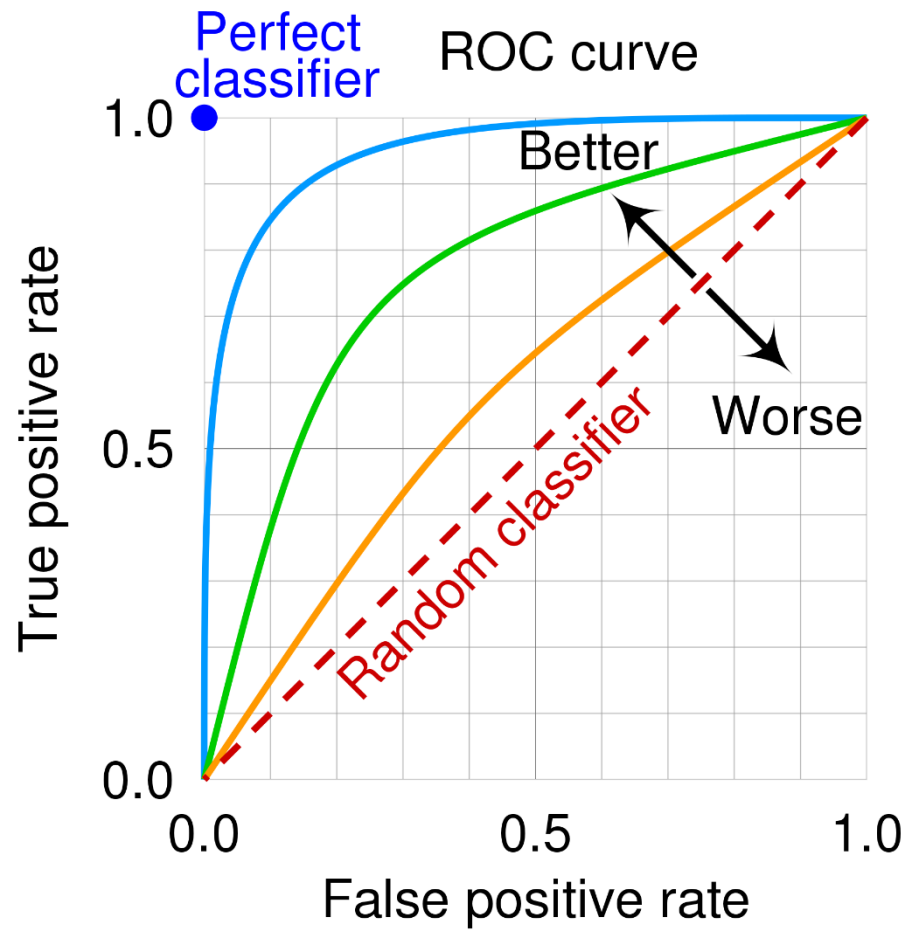
Neyman – Pearson / Ενεργειακός ανιχνευτής

- Για αυτό το κατώφλι, η πιθανότητα χαμένης ανίχνευσης δίνεται:

$$P_{MD} = F_{H_1}(\tilde{\gamma}) = CDF_{gamma}\left(\frac{L}{2}, 2(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)\right)$$

- Το P_{MD} με το P_{FA} είναι ανταγωνιστικά μεταξύ τους.
- Τα διαγράμματα που αποτυπώνουν αυτή την αλληλεπίδραση ονομάζονται Receiver Operation Characteristics ή ROC
- Συνήθως στον άξονα γ μπαίνει η πιθανότητα ορθής ανίχνευσης που είναι συμπληρωματική του P_{MD}

ROC



Τι πρέπει να γνωρίζω σε κάθε περίπτωση

- ML: μόνο τις παραμέτρους των κατανομών για τα δυο ενδεχόμενα.
 - MAP: τα ίδια με παραπάνω, αλλά και τα $P(H_0), P(H_1)$
 - Neyman Pearson, τα ίδια αλλά και το P_{FA}
 - Το Bayesian ρίσκο χρειάζεται τα επιμέρους βάρη.
-
- Αν δεν ξέρω τις παραμέτρους, τότε έχουμε τα generalized composite hypothesis testing, που είναι αρκετά πιο σύνθετα.