Σχηματισμός της κωδικής λέξης

Αρίθμηση των ψηφίων από 1 εως ν ξεκινώντας από το LSB.

Τα ψ.ε. (E_i) τοποθετούνται στις θέσεις με τακτικό αριθμό:

$$2^0,\ 2^1,\ 2^2, \ldots\ldots,\ 2^{\nu-\mu-1}$$

Τα ψ.π. Τοποθετούνται στις ενδιάμεσες κενές θέσεις:

τ.α.	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Ψηφίο	Π_5	Π_4	E_3	Π_3	Π_2	Π_1	E_2	Π_0	E_1	E_0

Έλεγχος ισοτιμίας (1)

Το ψ.ε. (E_i) ελέγχει την ισοτιμία σε όλες τις θέσεις με τακτικό αριθμό που η δυαδική του μορφή έχει μονάδα στην (i+1) θέση ξεκινώντας από το LSB.

π.χ.
Το E_0 ελέγχει τις θέσεις με μονάδα στην θέση 1 (0001, 0011, ..., 1101, 1111).
Το E_1 ελέγχει τις θέσεις με μονάδα στην θέση 2 (0010, 0011, ..., 1010, 1111).
Το E_2 ελέγχει τις θέσεις με μονάδα στην θέση 3 (0100, 0101, ..., 1110, 1111).
…….

Έλεγχος ισοτιμίας (2)

Αριθμός θέσης		Ψ. Ε. και θέσεις που ελέγχουν		
Δεκαδικό	Δυαδικό	E_0	E_1	E_2
1	0001	X		
2	0010		X	
3	0011	X	X	
4	0100			X
5	0101	X		X
6	0110		X	X
7	0111	X	X	X
8	1000			
9	1001	X		
10	1010		X	
11	1011	X	X	
12	1100			X
13	1101	X		X
14	1110		X	X
15	1111	X	X	X

Εξισώσεις ελέγχου ισοτιμίας

$$\mathrm{E}_0 + \Pi_0 + \Pi_1 + \Pi_3 + \Pi_4 + \ldots = \mathrm{Z}_0$$

$$\mathrm{E}_1 + \Pi_0 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_5 + \ldots = \mathrm{Z}_1$$

$$\mathrm{E}_2 + \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_7 + \ldots = \mathrm{Z}_2$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\ldots. + \ldots\ldots + \ldots.. + \ldots.. + \ldots.. + \ldots. = \ldots$$

Σύνδρομο

Για άρτια ισοτιμία πρέπει να ισχύει:

$$Z_0 = Z_1 = Z_2 = \ldots = 0$$

Αν υπάρχει σφάλμα, ο αριθμός:

$$\Sigma = \ldots\ldots Z_3 Z_2 Z_1 Z_0$$

δείχνει τον τακτικό αριθμό της θέσης του αλλοιωμένου ψηφίου.

Παράδειγμα (1)

Κωδικοποίηση δυαδικών τετράδων (4ψ.π).

Υπολογισμός του αριθμού τωνψ.ε.

$$2^{\nu-\mu} \geq \nu+1 \Leftrightarrow 2^{\nu-4} \geq \nu+1 \Leftrightarrow \nu=7$$

Απαιτούνται ν-μ=3 ψ.ε.

Σχηματισμός κωδικής λέξης: $\Pi_3\Pi_2\Pi_1\mathrm{E}_2\Pi_0\mathrm{E}_1\mathrm{E}_0$

Παράδειγμα (2)

Έστω η δυαδική τετράδα που θα κωδικοποιηθεί:

$$\Pi_3\Pi_2\Pi_1\Pi_0 = 0010$$

Τα 3 ψ.ε. ελέγχουν την άρτια ισοτιμία:

$$E_0 = \Pi_0 + \Pi_1 + \Pi_3 = 0 + 1 + 0 = 1$$

$$E_1 = \Pi_0 + \Pi_2 + \Pi_3 = 0 + 0 + 0 = 0$$

$$E_2 = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = 1 + 0 + 0 = 1$$

Παράδειγμα (3)

Η κωδική λέξη με τα ψ.π. και τα ψ.ε. είναι:

$$\Pi_3\Pi_2\Pi_1E_2\Pi_0E_1E_0 = 0011001$$

Έστω ότι το κανάλι αντιστρέφει το Π_2. Η κωδική λέξη που λαμβάνει ο δέκτης είναι:

$$\Pi_3\Pi_2\Pi_1E_2\Pi_0E_1E_0 = 0111001$$

Παράδειγμα (4)

Στην αποκωδικοποίηση σχηματίζεται το σύνδρομο:

$$Z_0 = E_0 + \Pi_0 + \Pi_1 + \Pi_3 = 1 + 0 + 1 + 0 = 0$$

$$Z_1 = E_1 + \Pi_0 + \Pi_2 + \Pi_3 = 0 + 0 + 1 + 0 = 1$$

$$Z_2 = E_2 + \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = 1 + 1 + 1 + 0 = 1$$

$$\Sigma = Z_2 Z_1 Z_0 = 110$$

Παράδειγμα (5)

Η δεκαδική μορφή του συνδρόμου:

$$\Sigma = Z_2 Z_1 Z_0 = 110 = (6)_{10}$$

δείχνει ότι υπάρχει σφάλμα στην θέση 6, ξεκινώντας από το LSB.

$$\Pi_3 \Pi_2 \Pi_1 E_2 \Pi_0 E_1 E_0 = 0111001$$

Διόρθωση:

$$\Pi_3 \Pi_2 \Pi_1 E_2 \Pi_0 E_1 E_0 = 0011001$$