



ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

Κεφάλαιο 4 : Σήματα

Διάλεξη: Κώστας Μαλιάτσος

*Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Τμήμα Μηχανικών
Πληροφοριακών και Επικοινωνιακών Συστημάτων*

Περιεχόμενα ομιλίας

- ▶ Είδη / Κατηγορίες Σημάτων
- ▶ Στοιχειώδη Σήματα
- ▶ Χαρακτηριστικές Τιμές Σημάτων
- ▶ Τεχνικές Μετάδοσης

Τρόποι παράστασης σήματος

- ▶ Μαθηματική έκφραση στο πεδίο του χρόνου t (π. χ. $x(t)=5\sin 100t$)
- ▶ Γραφική παράσταση στο πεδίο του χρόνου t (παλμογράφος)
- ▶ Γραφική παράσταση στο πεδίο της συχνότητας f (φάσματα πλάτους και φάσης)

Είδη σημάτων

- ▶ **Αναλογικά** (συνεχούς πλάτους):
Η τιμή του σήματος μπορεί να είναι οποιαδήποτε (συνεχούς πλάτους)
- ▶ **Ψηφιακά** (διακριτού πλάτους):
Η τιμή του σήματος ανήκει σε ένα σύνολο διακριτών προκαθορισμένων τιμών

Είδη σημάτων (συνέχεια)

Συνδυασμοί:

- ▶ Συνεχούς χρόνου, συνεχούς πλάτους ->

αναλογικό σήμα

- ▶ Διακριτού χρόνου, διακριτού πλάτους->

ψηφιακό σήμα

- ▶ Συνεχούς χρόνου, (διακριτού πλάτους) (Σ.Χ.)

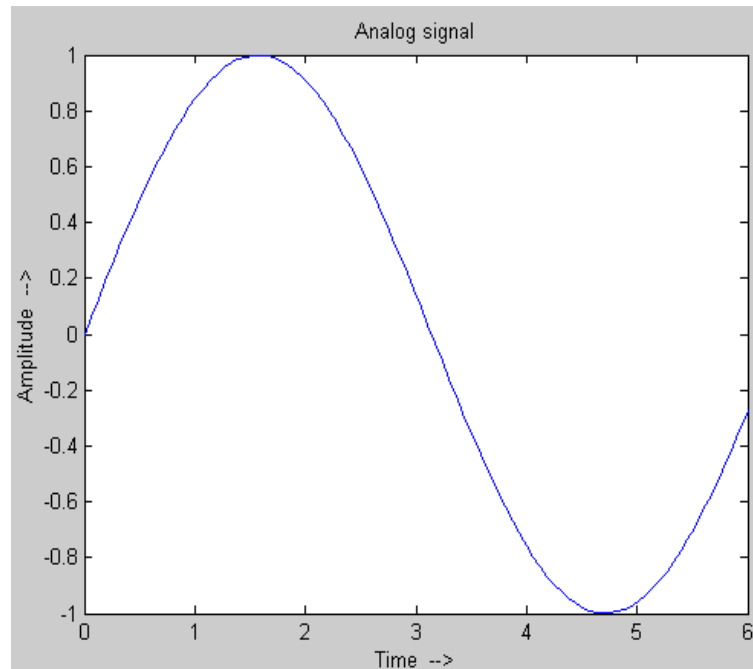
- ▶ Διακριτού χρόνου, (συνεχούς πλάτους) (Δ.Χ.)

Αναλογικά και ψηφιακά σήματα

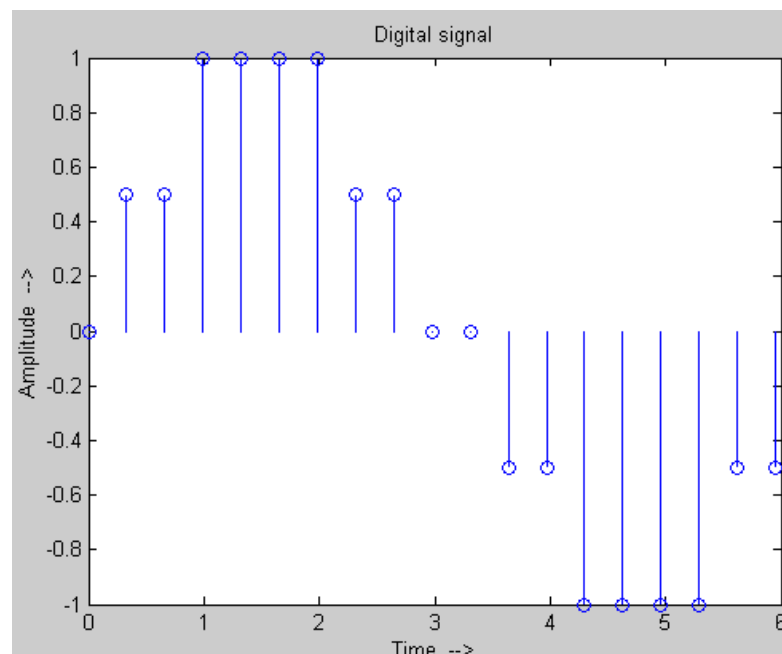
- ▶ **Αναλογικό σήμα (analog signal):** συνεχής συνάρτηση στην οποία η **ανεξάρτητη μεταβλητή** και η **εξαρτημένη μεταβλητή** (π.χ. χρόνος και πλάτος) παίρνουν συνεχείς τιμές. Τα περισσότερα φυσικά σήματα είναι αναλογικά (π.χ. ομιλία, ηλεκτρισμός)
- ▶ **Σήμα διακριτού χρόνου (discrete-time signal):** συνάρτηση στην οποία η **ανεξάρτητη μεταβλητή** (π.χ. χρόνος) παίρνει μόνο ορισμένες (διακριτές) τιμές και η **εξαρτημένη μεταβλητή** (π.χ. πλάτος) παίρνει συνεχείς τιμές. Δημιουργούνται συνήθως από τη δειγματοληψία αναλογικών σημάτων.
- ▶ **Ψηφιακό σήμα (digital signal):** συνάρτηση στην οποία η **ανεξάρτητη μεταβλητή** και η **εξαρτημένη μεταβλητή** παίρνουν μόνο ορισμένες (διακριτές) τιμές. Δημιουργούνται συνήθως από τη δειγματοληψία και την κβαντοποίηση αναλογικών σημάτων.

Παραδείγματα

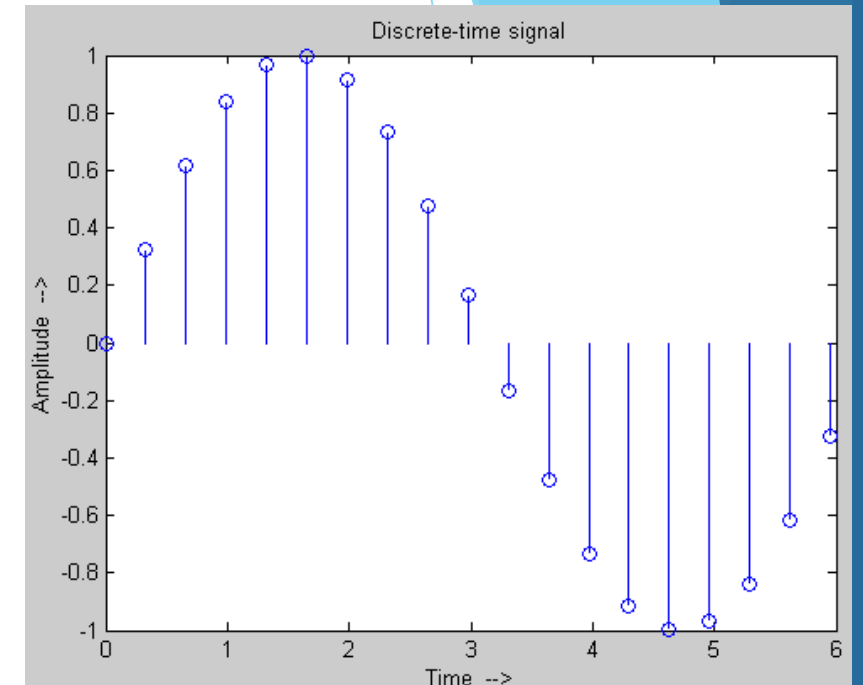
Αναλογικό σήμα



Ψηφιακό σήμα



Σήμα διακριτού χρόνου



Παραδείγματα

Αναλογικά:

- ▶ Ο φυσικός ήχος που παράγεται από μία χορδή μουσικού οργάνου (ισχύς ηχητικού κύματος)
- ▶ Το ασθενές ηλεκτρικό σήμα ενός "πικάπ» (τάση ηλεκτρικού ρεύματος)
- ▶ Το ενισχυμένο ηλεκτρικό σήμα που φτάνει στα ηχεία (τάση ηλεκτρικού ρεύματος)

Παραδείγματα

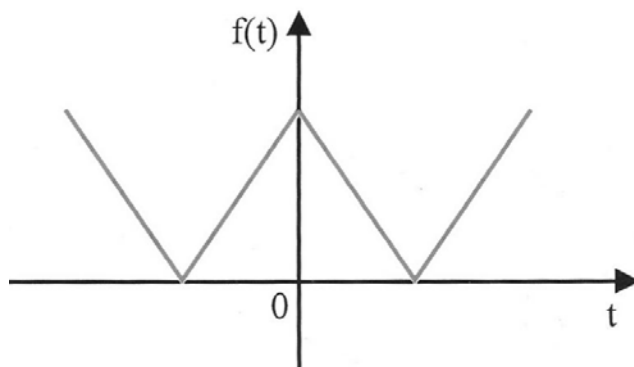
Ψηφιακά:

- ▶ Ένα byte πληροφορίας
- ▶ Τα δεδομένα που μεταφέρονται στο internet
- ▶ Τα δεδομένα που είναι αποθηκευμένα σε ένα CD/
DVD

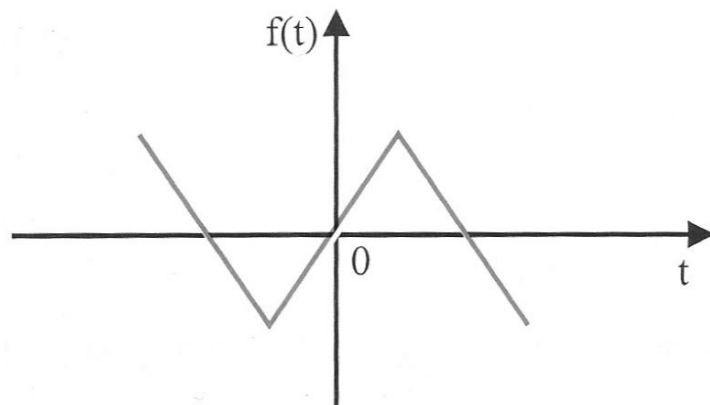
Επιμέρους κατηγορίες

Ως προς τη συμμετρία τους:

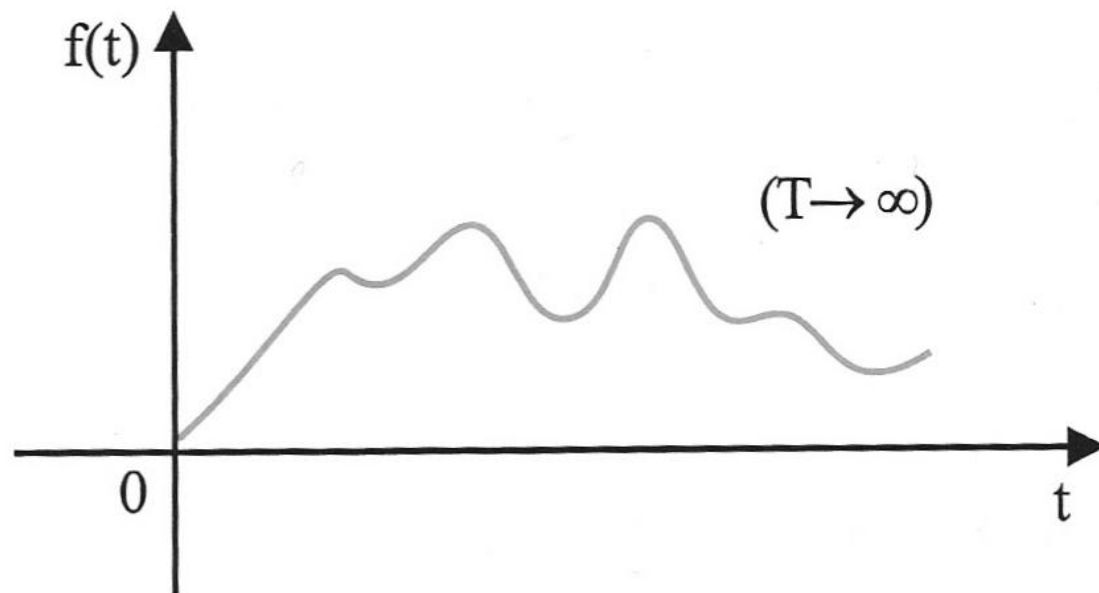
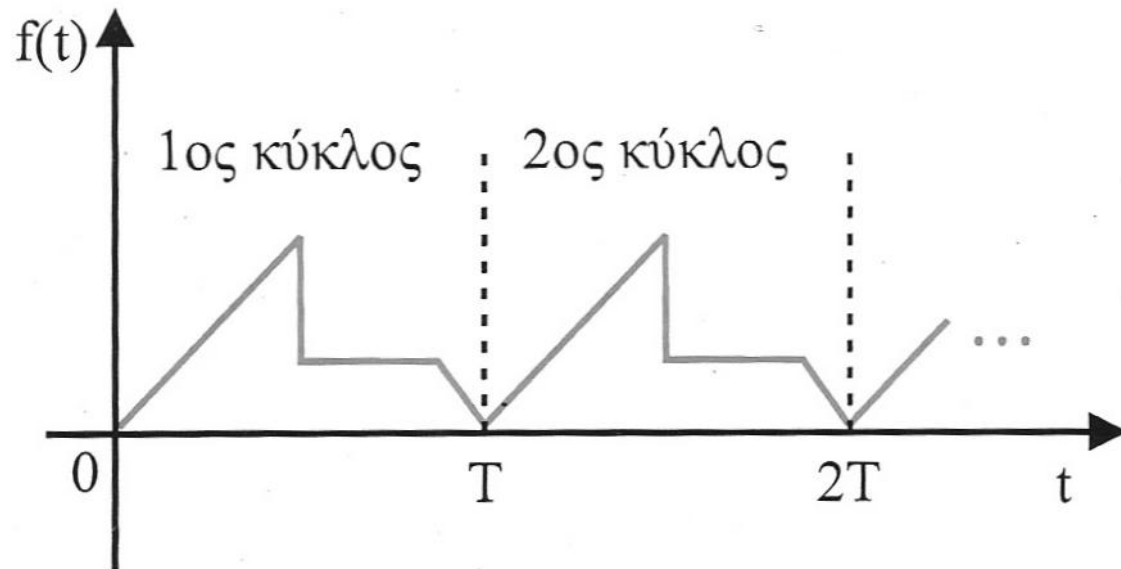
- ▶ **Άρτια σήματα:** είναι τα σήματα που περιγράφονται με άρτιες συναρτήσεις του χρόνου και ισχύει $f(t)=f(-t) \forall t$. Είναι εύκολο να διακρίνουμε ότι αυτά τα σήματα έχουν ως **άξονα συμμετρίας τον κατακόρυφο άξονα y**.



- ▶ **Περιττά σήματα:** είναι τα σήματα που περιγράφονται με περιττές συναρτήσεις του χρόνου και ισχύει $f(t)=-f(-t) \forall t$. Είναι εύκολο να διακρίνουμε ότι αυτά τα σήματα έχουν ως **κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων**.



Επιμέρους κατηγορίες



Ως προς την **περιοδικότητά**
ΤΟΥΣ

- ▶ **Περιοδικά σήματα:** είναι τα σήματα που περιγράφονται με περιοδικές συναρτήσεις του χρόνου όπου ισχύει $f(t)=f(t+T) \forall t$ και $T>0$, όπου T το χρονικό διάστημα στο οποίο το σήμα παίρνει όλες τις τιμές του και το T ονομάζεται περίοδος.
- ▶ **Απεριοδικά σήματα:** είναι τα σήματα τα οποία περιγράφονται με μη περιοδικές συναρτήσεις του χρόνου.

Επιμέρους κατηγορίες

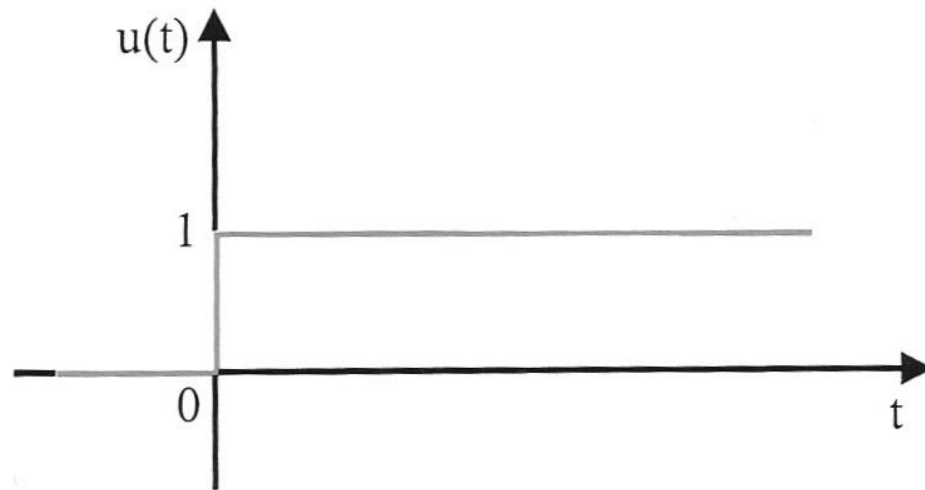
Ως προς το πεδίο τιμών τους :

- ▶ **Αιτιοκρατικά ή ντετερμινιστικά σήματα:** είναι τα σήματα που υπακούουν σε κάποιο καθορισμένο μαθηματικό τύπο (μαθηματικοποίηση των σημάτων οπότε και μπορούν να μελετηθούν καλύτερα μέσω των μαθηματικών μοντέλων και λογικών) και εκφράζονται ως μια συνάρτηση ή ακολουθία, μιας ή περισσότερων ανεξάρτητων μεταβλητών, έτσι ώστε **σε κάθε τιμή του χρόνου να αντιστοιχεί και μοναδική τιμή του σήματος.**
- ▶ **Στατιστικά ή στοχαστικά ή τυχαία σήματα:** είναι τα σήματα των οποίων η μεταβολή γίνεται κατά τυχαίο τρόπο και δεν υπακούει σε κάποιο μαθηματικό τύπο και έτσι η **τιμή τους κάθε χρονική στιγμή είναι τυχαία.**

Στοιχειώδη σήματα

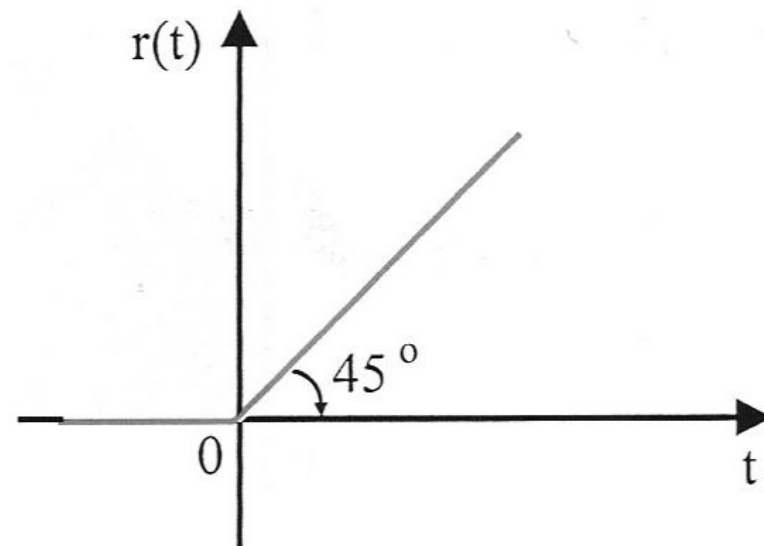
- ▶ Μοναδιαία βηματική συνάρτηση (unit step function) $u(t)$

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{αν } t \leq 0 \\ 1 & \text{αν } t \geq 0 \end{cases}$$



- ▶ Μοναδιαία αναρριχητική συνάρτηση (unit ramp function) $r(t)$

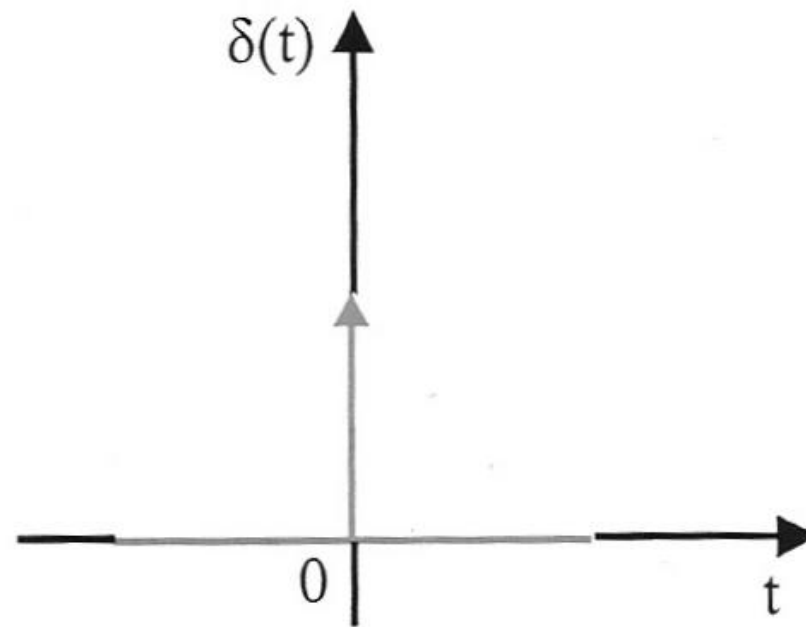
$$r(t) = \begin{cases} 0 & \text{αν } t \leq 0 \\ t & \text{αν } t \geq 0 \end{cases}$$



Στοιχειώδη σήματα (συνέχεια...)

- ▶ Μοναδιαία κρουστική συνάρτηση (unit impulse function) $\delta(t)$

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{αν } t = 0 \\ 0 & \text{αν } t \neq 0 \end{cases}$$



Παρατήρηση: Μεταξύ των παραπάνω συναρτήσεων ισχύει:

- $[r(t)]' = u(t)$
- Και $[u(t)]' = \delta(t)$

Στοιχειώδη σήματα (αρμονικά)

- ▶ Μία άλλη κατηγορία σημάτων που έχουν ιδιαίτερη σημασία στην ανάλυση τηλεπικοινωνιακών συστημάτων είναι τα αρμονικά σήματα.

- ▶ Ένα σήμα της κατηγορίας αυτής είναι κάθε σήμα της μορφής

$$f(t) = e^{j(2\pi f_0 t + \theta)} = \cos(2\pi f_0 t + \theta) + j \sin(2\pi f_0 t + \theta)$$

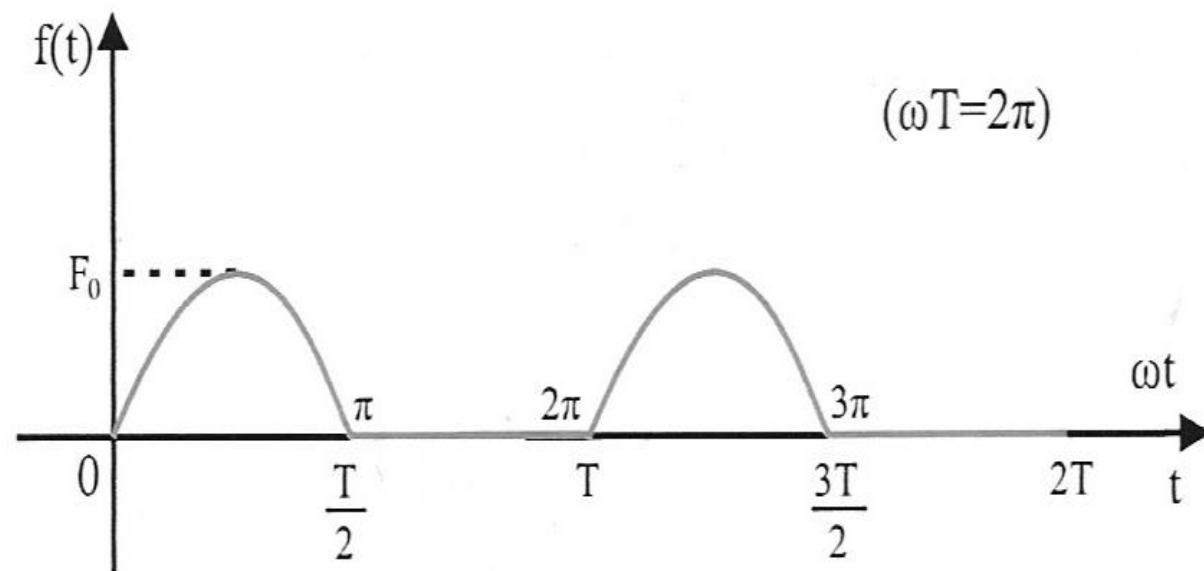
- ▶ Επειδή η συνάρτηση $x(t)$ είναι μιγαδική σημαντικό ρόλο παίζουν τόσο το πραγματικό όσο και το φανταστικό της μέρος.
- ▶ Τόσο τα αρμονικά σήματα όσο και το πραγματικό-φανταστικό τους μέρος είναι περιοδικά σήματα με περίοδο $T = 1/f_0$.

Στοιχειώδη σήματα (αρμονικά)

- ▶ Το «μιγαδικό» ημίτονο έχει μετασχηματισμό Fourier απλή κρουστική στη συχνότητα f_0
- ▶ Χρησιμοποιείται μέσω πολλαπλασιασμού για τη διαμόρφωση των σημάτων (την μεταφορά τους στο πεδίο της συχνότητας - την μετατροπή τους από βαθυπερατό σε ζωνοπερατό σήμα).
- ▶ Το «μιγαδικό» ημίτονο δεν υπάρχει στη φύση. Αποτελεί ένα μαθηματικό τρικ που εκφράζει το γεγονός ότι το συνημίτονο (στο πραγματικό μέρος) και το ημίτονο (στο φανταστικό μέρος) είναι ορθογώνια σήματα και άρα πλήρως διαχωρίσιμα ... ακριβώς όπως το πραγματικό και το φανταστικό μέρος ενός μιγαδικού.
- ▶ Η χρήση μιγαδικών όρων αντί για πραγματικά σήματα διαμορφωμένα από συνημίτονα ή ημίτονα απλοποιεί τις μαθηματικές πράξεις μετατρέποντας τριγωνομετρικές εξισώσεις σε απλές μιγαδικές.

Στοιχειώδη σήματα (αρμονικά)

- ▶ Ημιανορθωμένο ημιτονικό σήμα :



- ▶ Πλήρως ανορθωμένο ημιτονικό σήμα

$$f(t) = \begin{cases} F_0 \sin \omega t, \dots, 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, \dots, \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}$$

$$f(t) = F_0 \sin \omega t, \dots, 0 \leq t \leq T$$

Στοιχειώδη σήματα (εκθετικά)

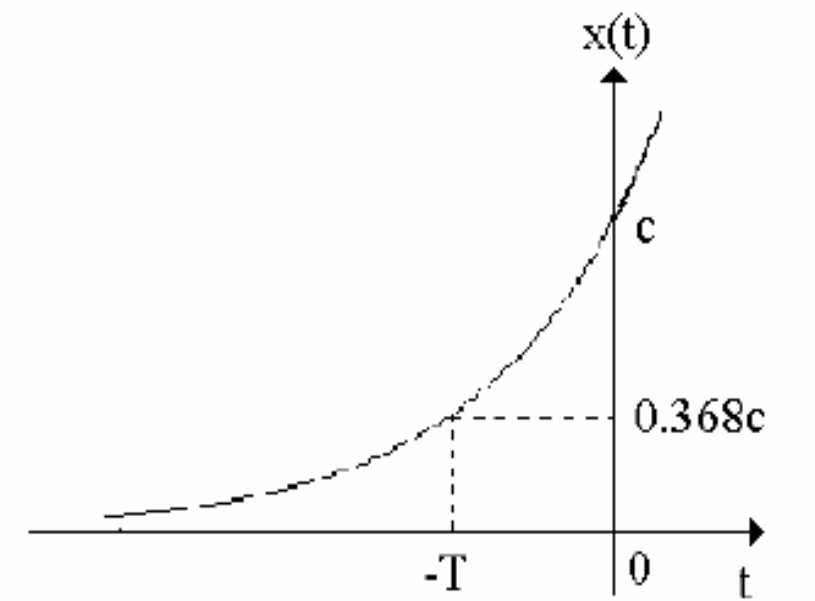
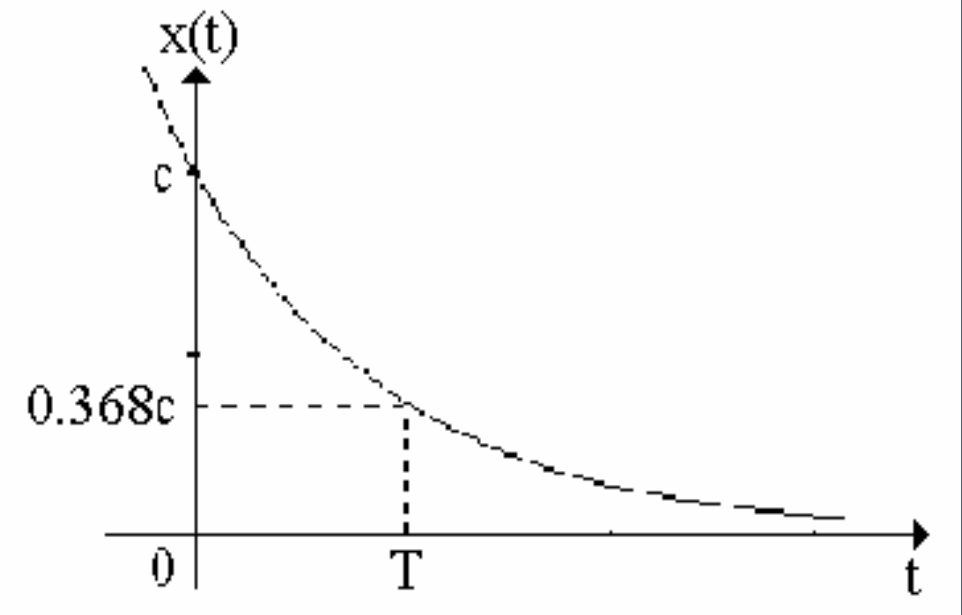
- ▶ Τα σήματα αυτά αποτελούν μια πολύ σημαντική κατηγορία σημάτων και έχουν γενικά τη μορφή:

$$x(t) = ce^{st}$$

Η σταθερά s μπορεί να έχει τιμές **πραγματικές** (θετικές ή αρνητικές) ή μιγαδικές, διακρίνονται οι παρακάτω περιπτώσεις:

- ▶ Α) s αρνητικός και πραγματικός
- ▶ Β) s θετικός και πραγματικός
- ▶ Γ) s μιγαδικός.

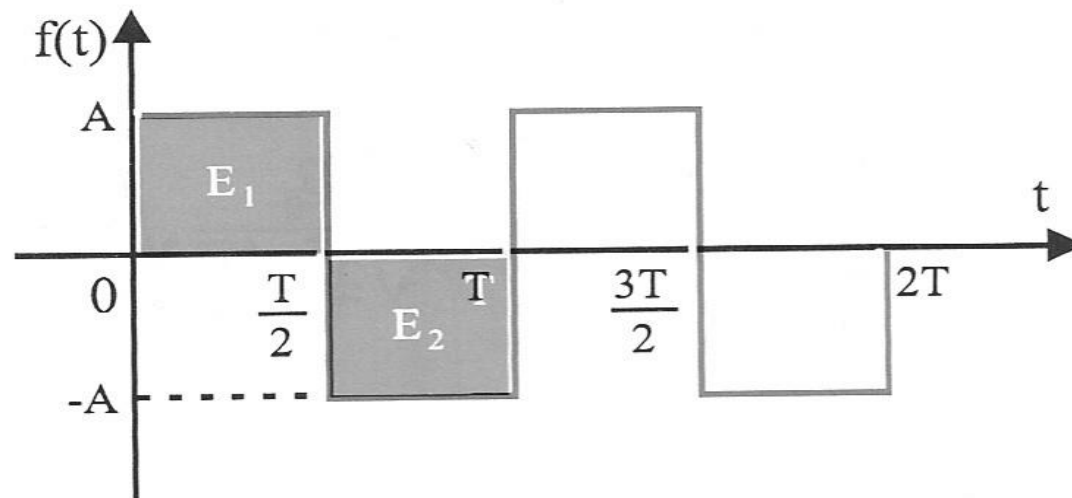
Αν $s = i\omega$, τότε $x(t) = ce^{i\omega t} = c(\cos\omega t + i\sin\omega t)$ και το σήμα αυτό είναι στην ουσία ένα "μιγαδικό ημιτονοειδές σήμα" με περίοδο $T = 2\pi/\omega$. Είναι προφανές ότι το μέτρο του $x(t)$ είναι ίσο με $|c|$.



Στοιχειώδη σήματα (παλμοί)

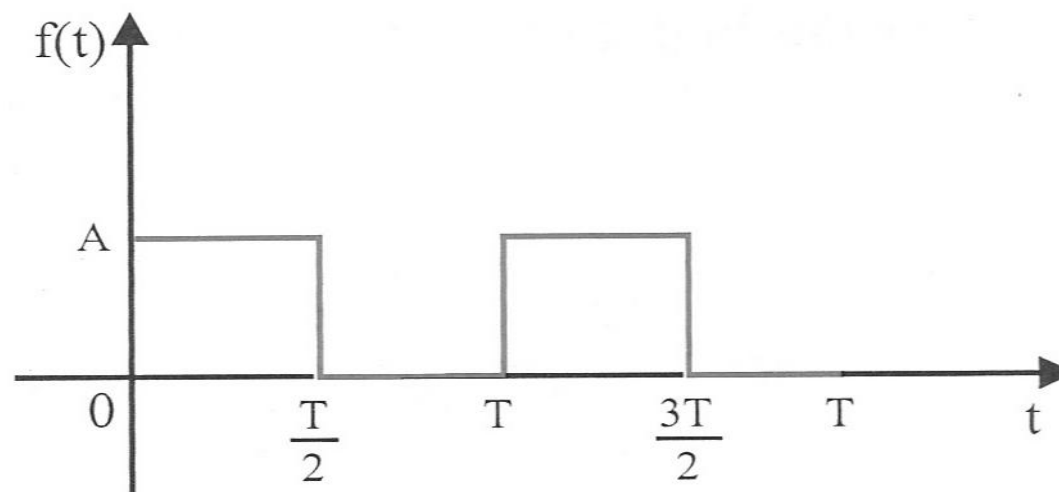
▶ Τετραγωνικός παλμός

$$f(t) = \begin{cases} A \dots\dots, 0 \leq t \leq \left(\frac{T}{2}\right)^- \\ -A \dots\dots, \left(\frac{T}{2}\right)^+ \leq t \leq T^- \end{cases}$$



▶ Θετικός τετραγωνικός παλμός

$$f(t) = \begin{cases} A \dots\dots, 0^+ \leq t \leq \left(\frac{T}{2}\right)^- \\ 0 \dots\dots, \left(\frac{T}{2}\right)^- \leq t \leq T^- \end{cases}$$



Μετάδοση Σημάτων

Σκοπός:

- ▶ η βέλτιστη χρήση των δυνατοτήτων μιας τηλεπικοινωνιακής ζεύξης
- ▶ η προστασία των μεταδιδόμενων σημάτων έναντι των επιδράσεων του θορύβου.

Κυριότερες διαδικασίες μετάδοσης

- ▶ Η μετατροπή αναλογικού σήματος σε ψηφιακό (Analog-to-Digital Conversion-A2D)
- ▶ Η διαμόρφωση (modulation)
- ▶ Η Πολυπλεξία

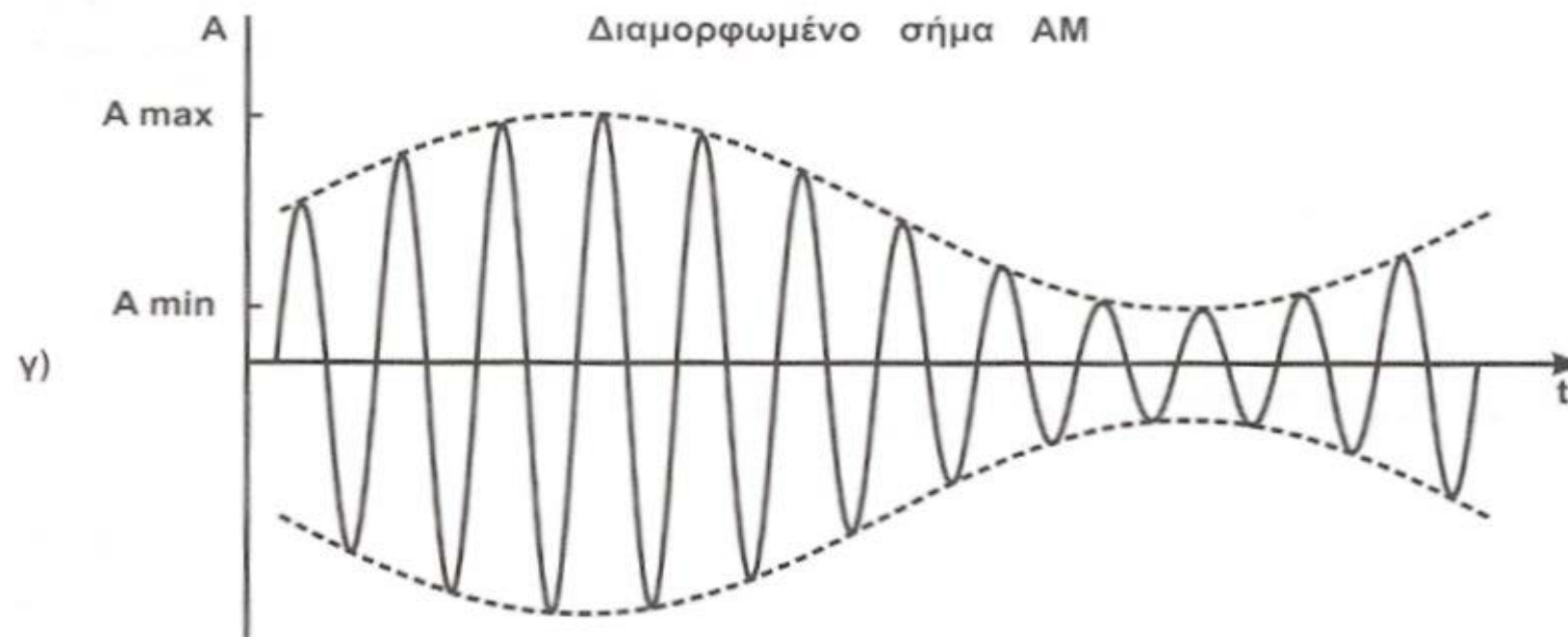
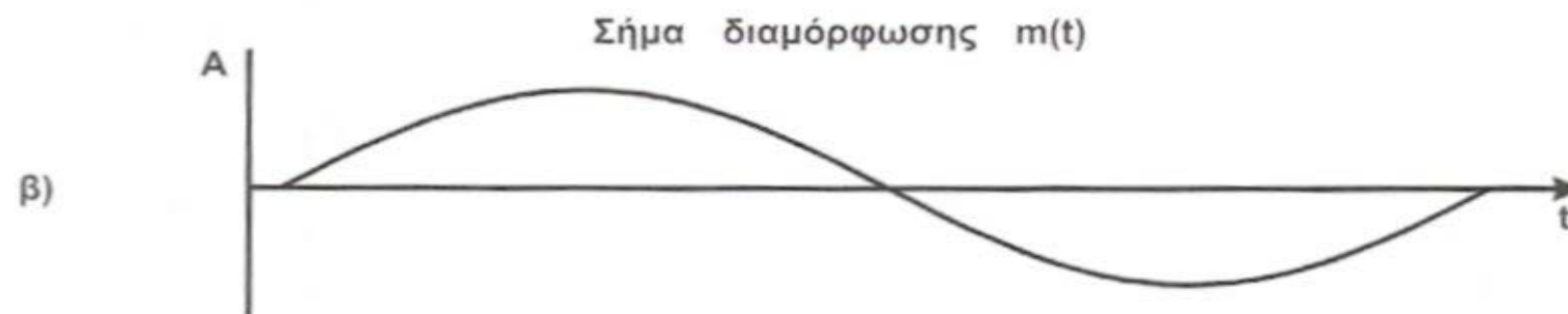
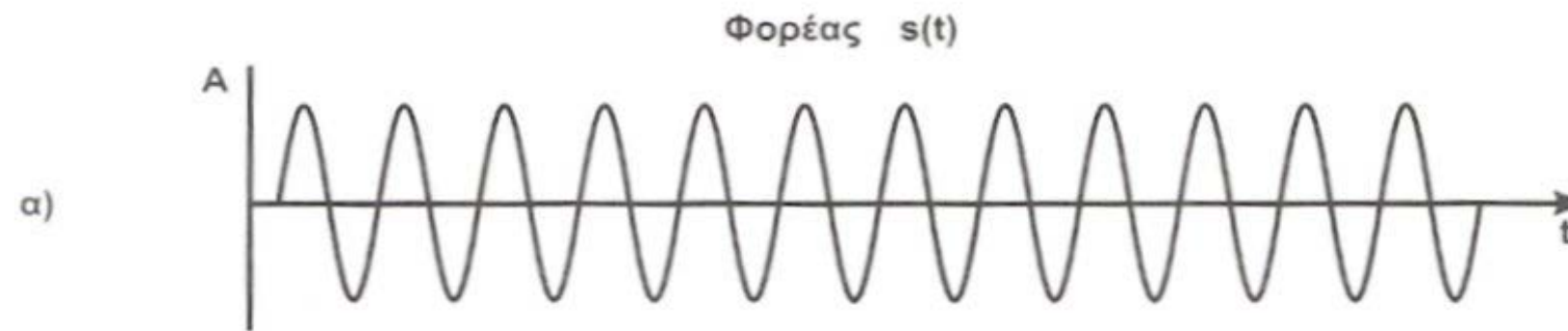
Η μετατροπή αναλογικού σήματος σε ψηφιακό

- ▶ Το αρχικό αναλογικό σήμα πληροφορίας $m(t)$ μετατρέπεται σε ψηφιακή παλμοσειρά $m_D(t)$.
- ▶ Βασικό πλεονέκτημα της ψηφιακοποίησης των σημάτων είναι:
 - ▶ Η αυξημένη ατρωσία τους έναντι των επιδράσεων του θορύβου
 - ▶ η ευκολία επεξεργασίας τους.
- ▶ Η τεχνική ψηφιακοποίησης που σχεδόν συνήθως χρησιμοποιείται στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα είναι η παλμοκωδική διαμόρφωση (Pulse Code Modulation ή PCM).

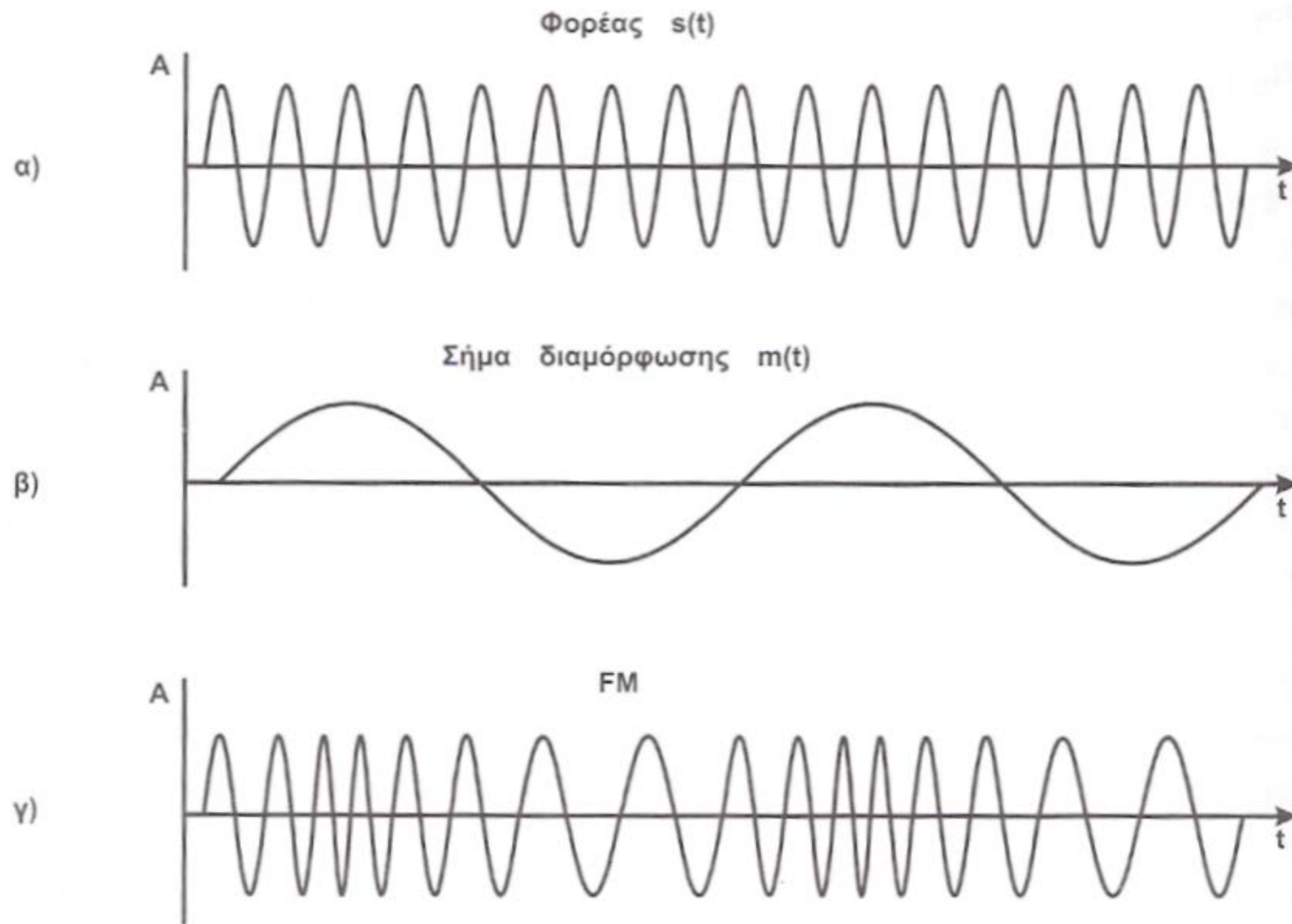
Διαμόρφωση

- ▶ Στα περισσότερα τηλεπικοινωνιακά συστήματα, το αναλογικό ή το ψηφιακό σήμα πληροφορίας $m(t)$ **δεν** διοχετεύεται "αυτούσιο" στο μέσο μετάδοσης, αλλά «διαμορφώνεται»
- ▶ Το πλάτος A_c , τη συχνότητα f_c ή τη φάση φ_c ενός υψίσυχνου ημιτονοειδούς «φέροντος» της μορφής $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi_c)$ (αντίστοιχα η διαμόρφωση χαρακτηρίζεται ως διαμόρφωση **πλάτους, συχνότητας ή φάσης**).
- ▶ Έτσι το σήμα που τελικά μεταδίδεται **δεν είναι το $m(t)$** αυτό καθαυτό, αλλά ένα **σύνθετο (διαμορφωμένο) σήμα $s(t)$** , στο οποίο εμπεριέχεται η αρχική πληροφορία.
- ▶ Ο δέκτης λαμβάνει το σύνθετο αυτό σήμα και, μέσω του αποδιαμορφωτή, εξάγει το αρχικό (αναλογικό ή ψηφιακό) **σήμα πληροφορίας $m(t)$** .

Διαμόρφωση πλάτους

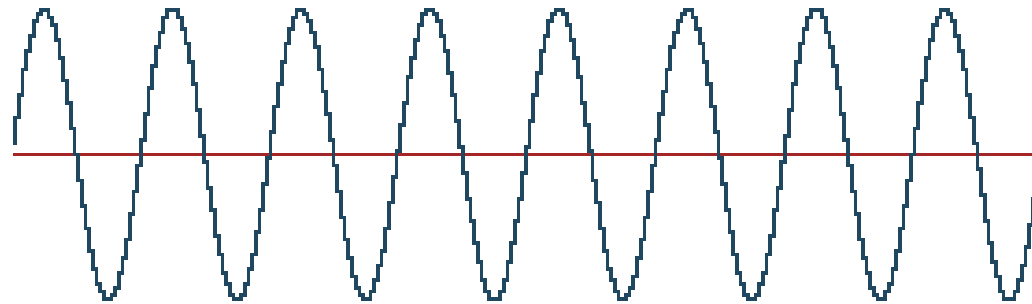


Διαμόρφωση συχνότητας

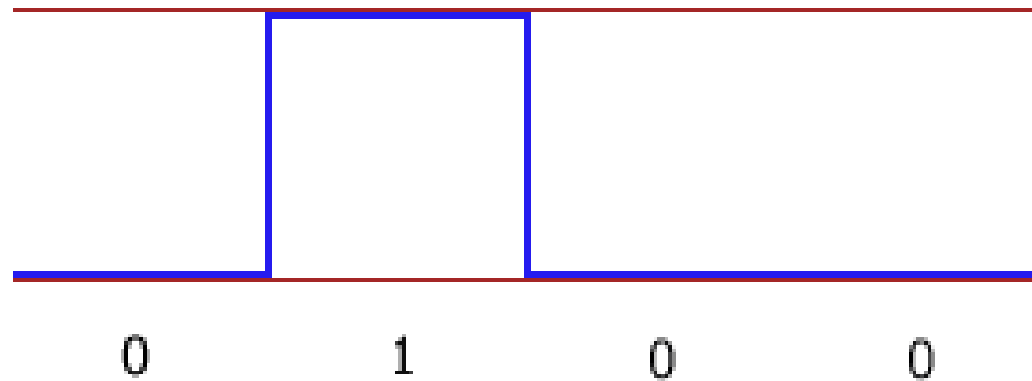


Διαμόρφωση φάσης

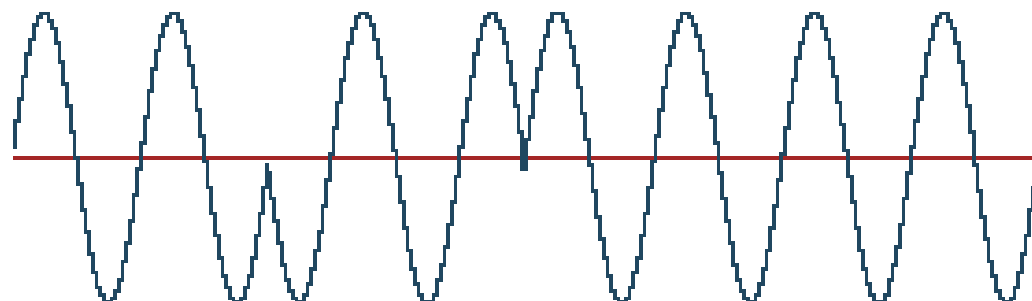
Carrier



Modulating Wave (digital)

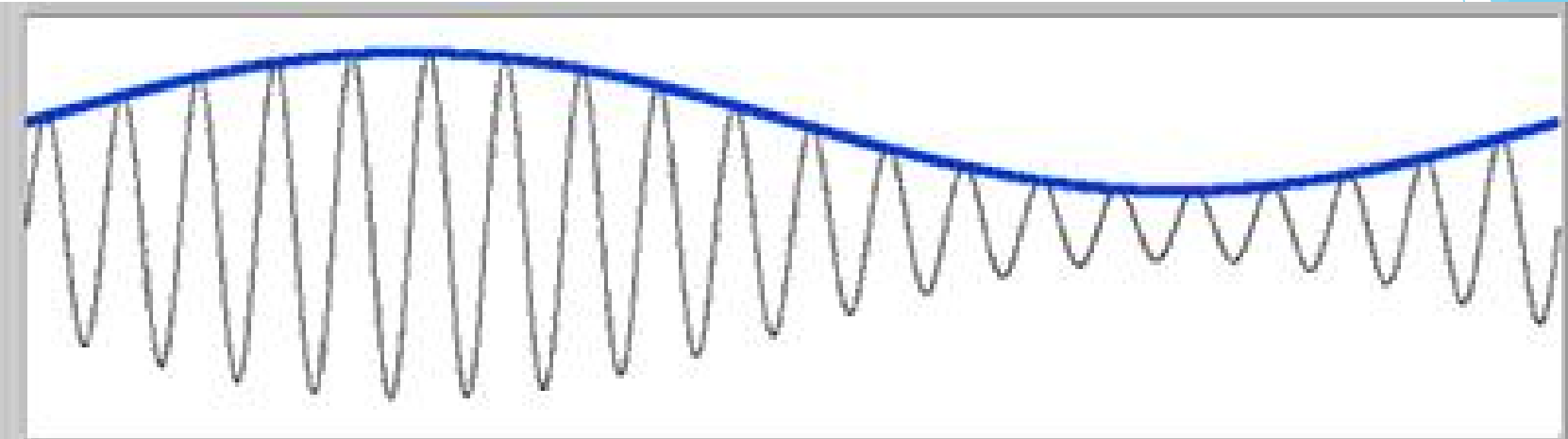


Modulated Result

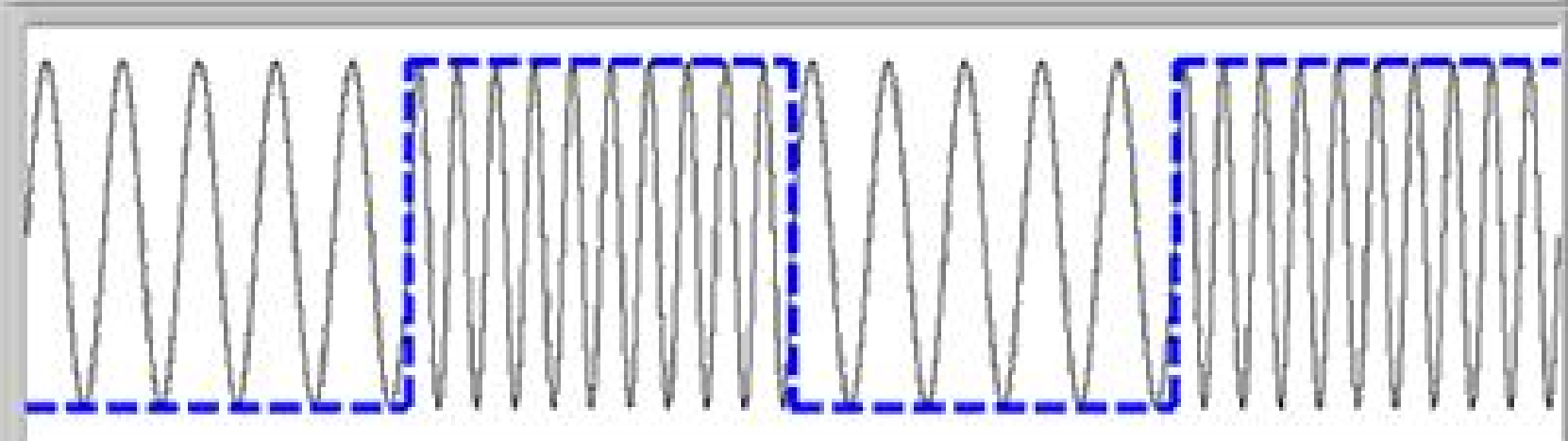


Διαμόρφωση

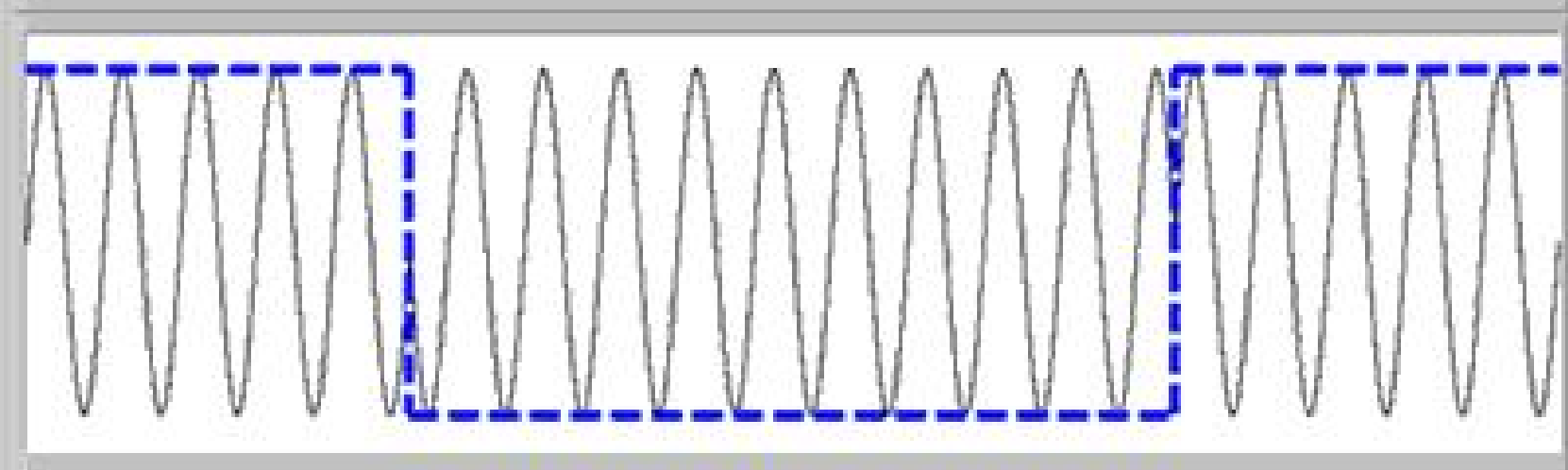
**Amplitude
Modulation**



**Frequency
Modulation**



**Phase
Modulation**



Πολυπλεξία

- ▶ Η τεχνική που επιτρέπει την "ταυτόχρονη" μετάδοση σημάτων μέσω του ίδιου τηλεπικοινωνιακού μέσου
- ▶ Επιτυγχάνεται μέσω της διάθεσης, σε κάθε σήμα,
 - ▶ Είτε μιας ιδιαίτερης περιοχής συχνοτήτων (πολυπλεξία διαίρεσης συχνότητας, Frequency Division Multiplexing, FDM)
 - ▶ Είτε ενός ιδιαίτερου χρονικού διαστήματος (πολυπλεξία διαίρεσης χρόνου, Time Division Multiplexing, TDM).
 - ▶ Είτε συνδυασμού τους (OFDM).

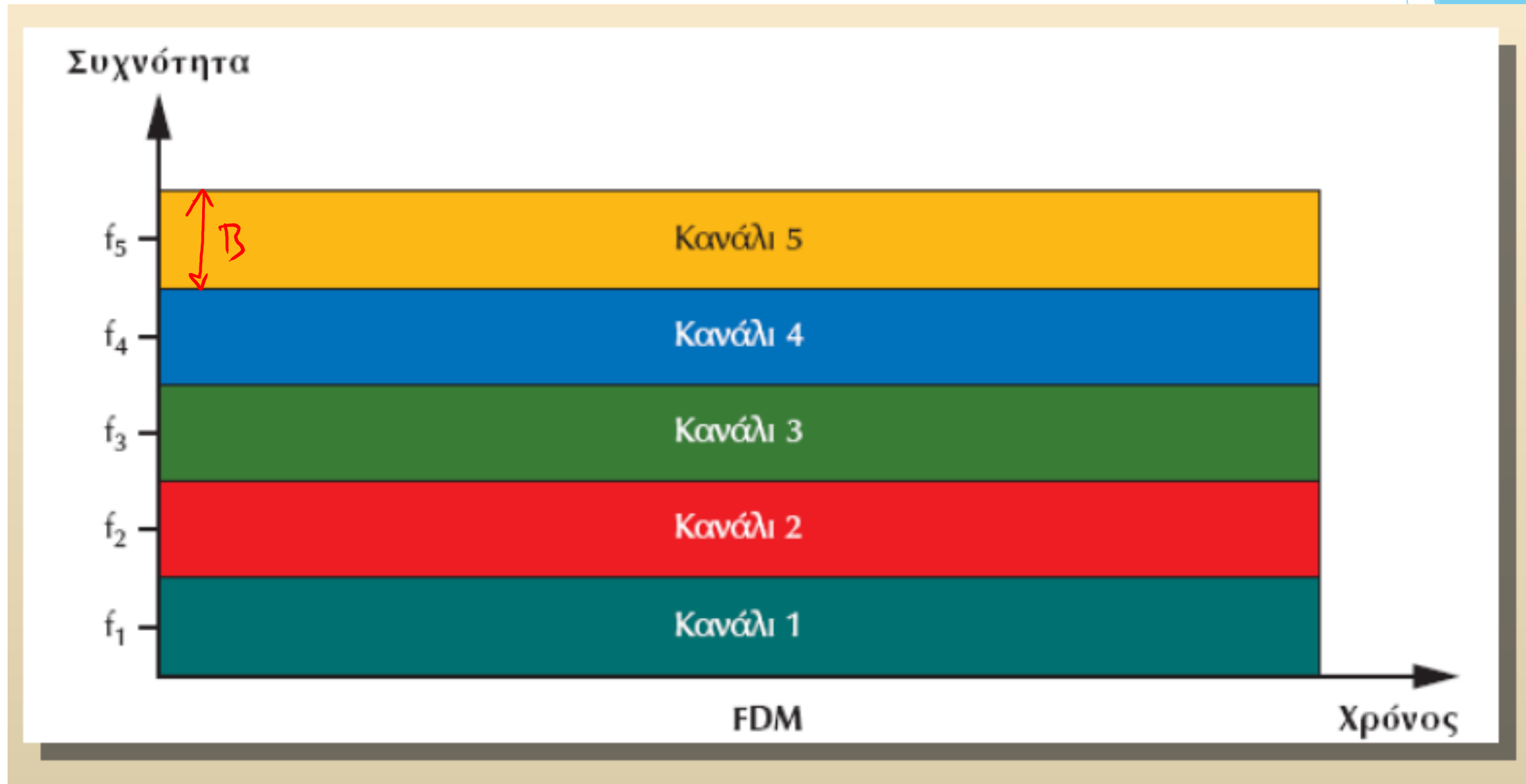
OFDMA

▷ Τυχαία η προσέλαση

Πολυπλεξία διαίρεσης συχνότητας (FDM)

- ▶ Η πολυπλεξία διαίρεσης συχνότητας (FDM) αφορά την αναλογική μετάδοση και συνίσταται στην εκχώρηση μιας ιδιαίτερης ζώνης συχνοτήτων, σε κάθε ένα από τα μεταδιδόμενα σήματα.
- ▶ Εφαρμόστηκε κυρίως στην (αναλογική) τηλεφωνία
- ▶ Μέσω της διαμόρφωσης κάθε αναλογικό σήμα διαφορετικού φέροντος (με τεχνική SSB), μεταθέτεται η ζώνη συχνοτήτων μετάδοσης, από τη "Βασική ζώνη" (π.χ. 0-4 kHz, για τηλεφωνικό σήμα πληροφορίας) στη ζώνη της συχνότητας του φέροντος (π.χ. 60 - 64 kHz, για φέρον 60 kHz).
- ▶ Λόγω του αναλογικού της χαρακτήρα, η χρήση της σήμερα είναι περιορισμένη και διαρκώς φθίνουσα.

Πολυπλεξία διαίρεσης συχνότητας (FDM)

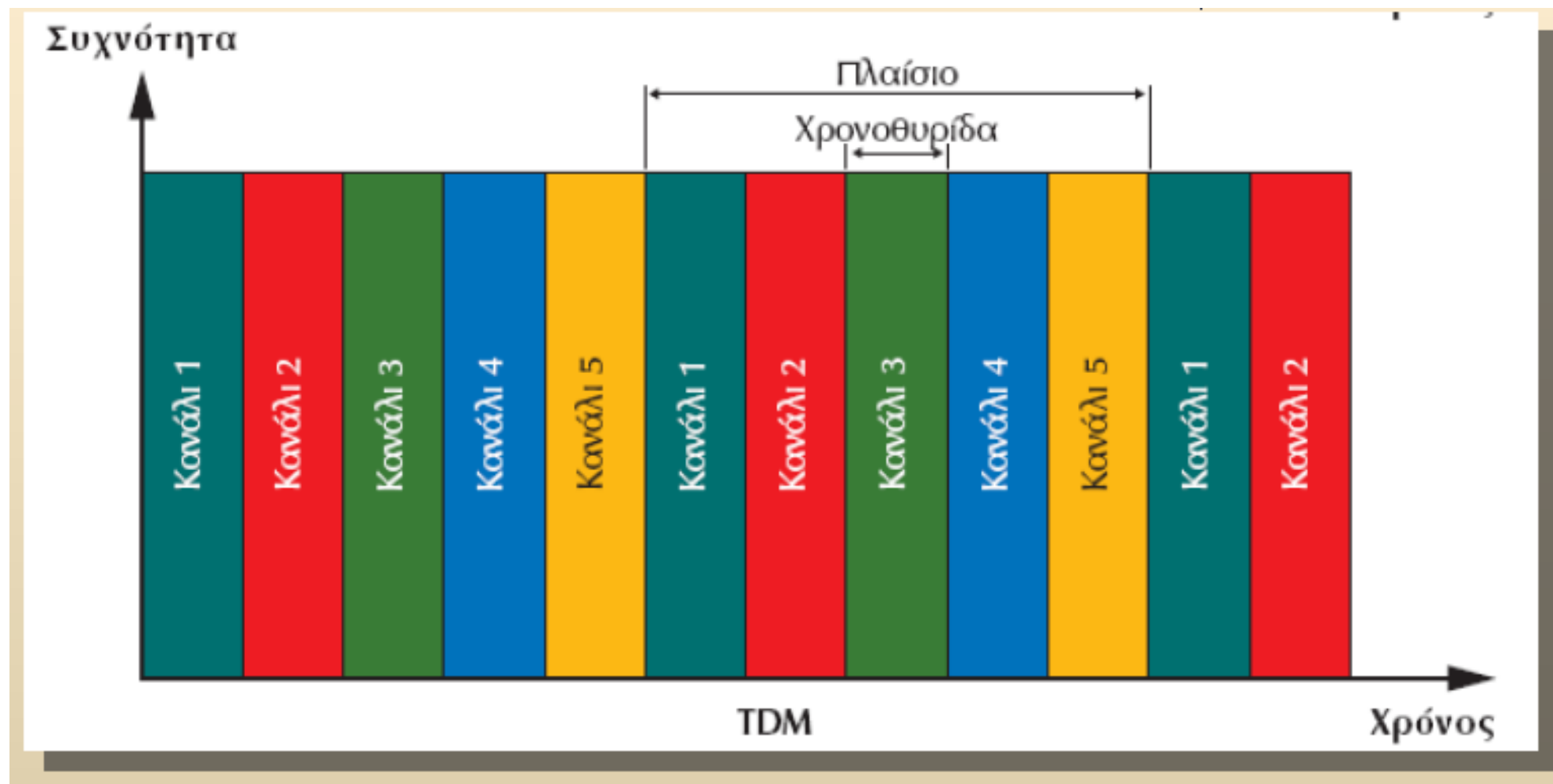


Πολυπλεξία διαίρεσης χρόνου (TDM)

- ▶ Η πολυπλεξία διαίρεσης χρόνου (TDM) διαθέτει σε κάθε ένα από τα αρχικά αναλογικά σήματα πληροφορίας, μια "χρονοθυρίδα" που χρησιμοποιείται για τη δειγματοληψία του. *time slots*
- ▶ **Παράδειγμα:** Για ένα τηλεφωνικό σήμα, η συχνότητα δειγματοληψίας είναι ο χρόνος μεταξύ δύο δειγμάτων.
- ▶ Ο αριθμός των πολυπλεγμένων σημάτων εξαρτάται από τη διάρκεια της χρονοθυρίδας (δειγματοληψίας),
 - ▶ η οποία πρέπει να είναι όσο το δυνατόν συντομότερη.
- ▶ Συνεπώς είναι σημαντικό να υπάρχουν διατάξεις με πολύ σύντομους χρόνους δειγματοληψίας καθώς και ταχείς επιλογείς για τη μετάβαση από το ένα αναλογικό σήμα στο άλλο.

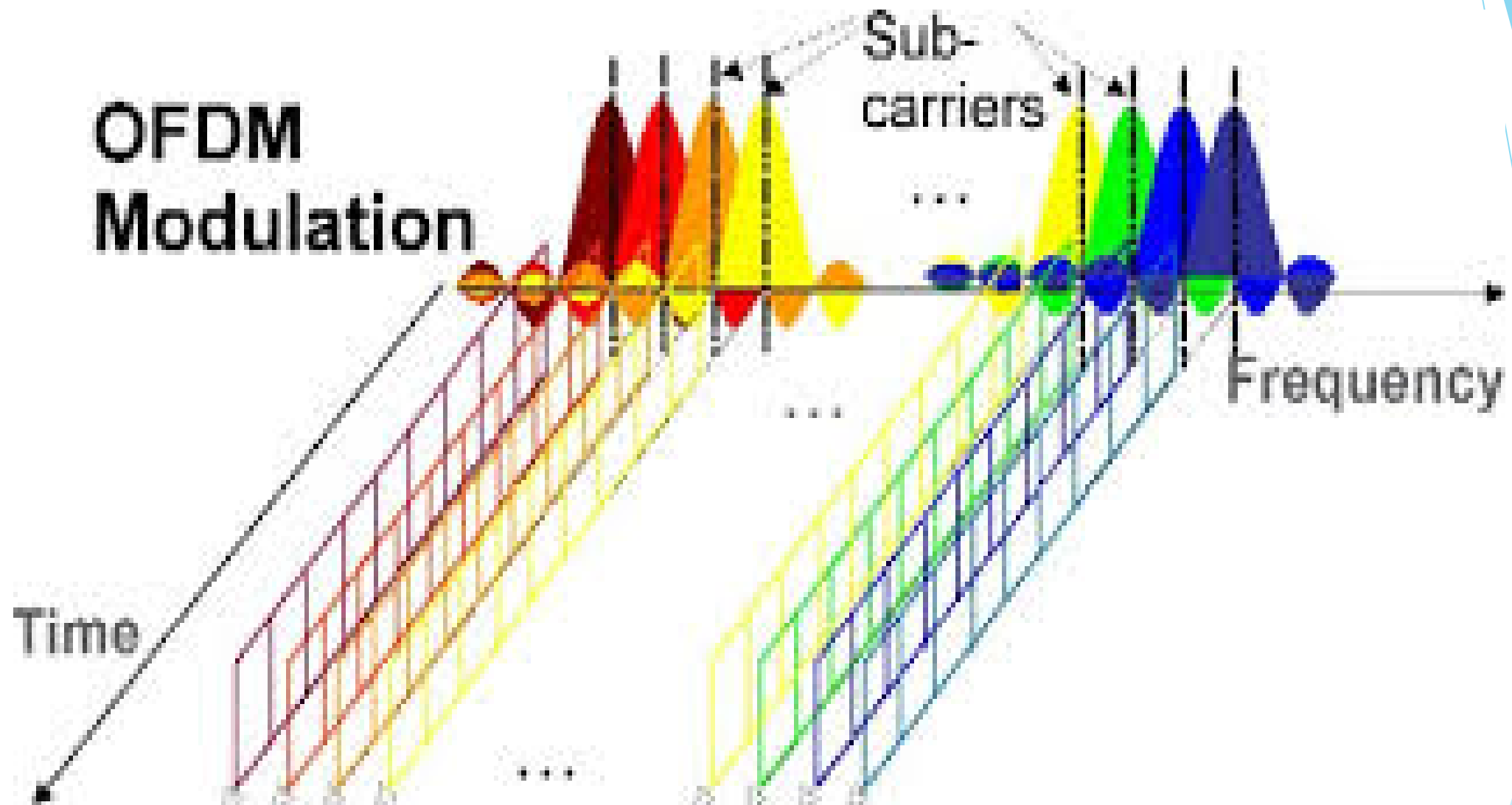
Πολυπλεξία διαίρεσης χρόνου (TDM)

- ▶ Η TDM είναι οργανωμένη σε ιεραρχικά επίπεδα (διαφορετικά στην Ευρώπη από ότι στις ΗΠΑ) που ονομάζονται τάξεις πολυπλεξίας

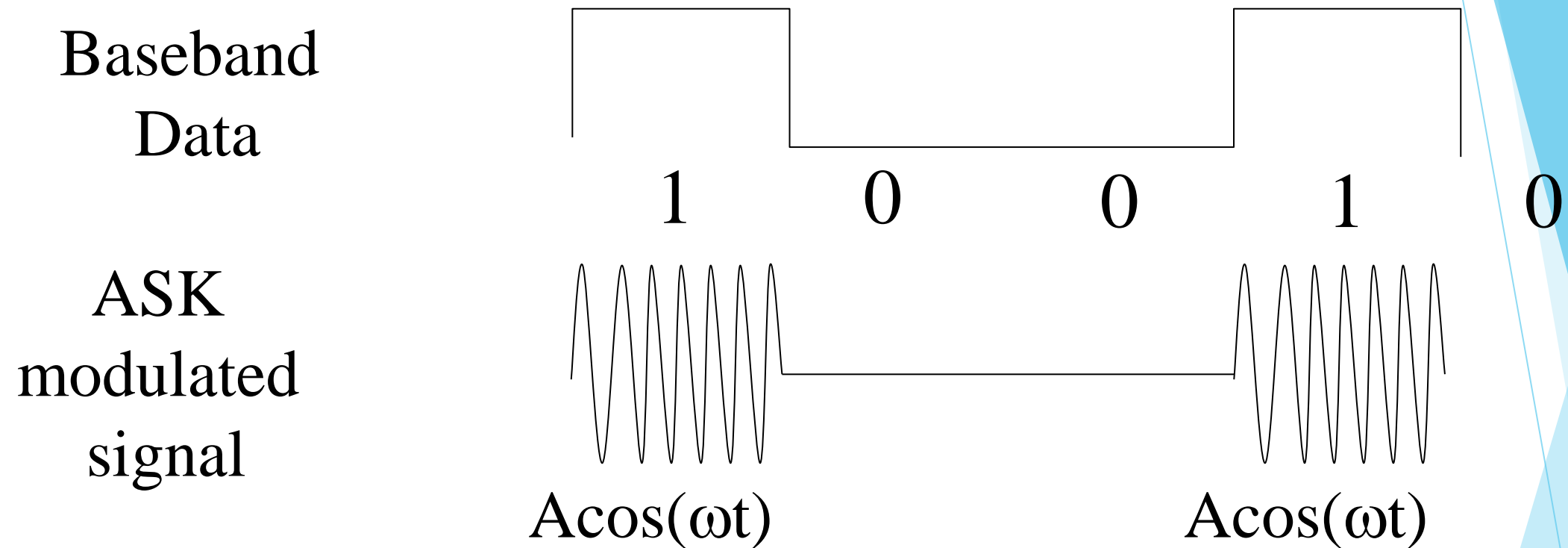


OFDM

OFDM Modulation



Ψηφιακές ισοδύναμες διαμορφώσεις Amplitude Shift Keying (ASK)



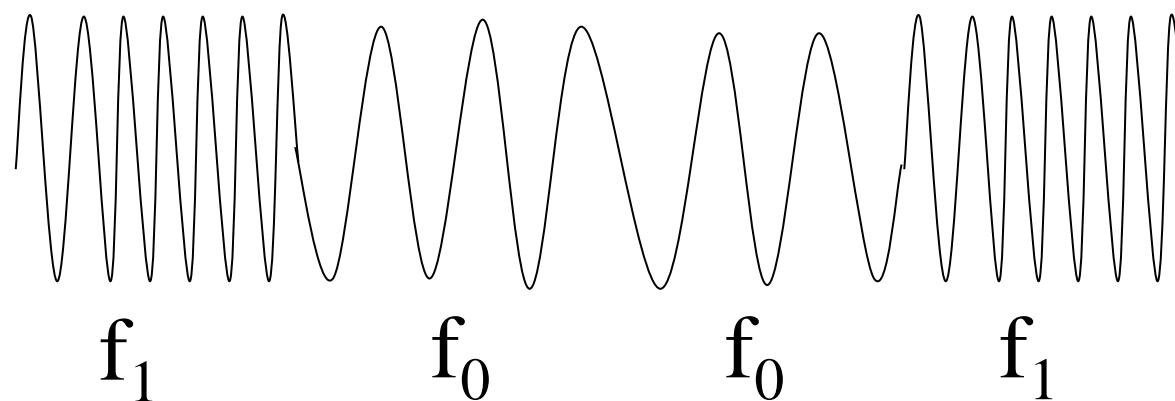
- ▶ Pulse shaping can be employed to remove spectral spreading
- ▶ ASK demonstrates poor performance, as it is heavily affected by noise, fading, and interference

Ψηφιακές ισοδύναμες διαμορφώσεις Frequency Shift Keying (FSK)

Baseband
Data



BFSK
modulated
signal



where $f_0 = A\cos(\omega_c - \Delta\omega)t$ and $f_1 = A\cos(\omega_c + \Delta\omega)t$

- Example: The ITU-T V.21 modem standard uses FSK
- FSK can be expanded to a M-ary scheme, employing multiple frequencies as different states

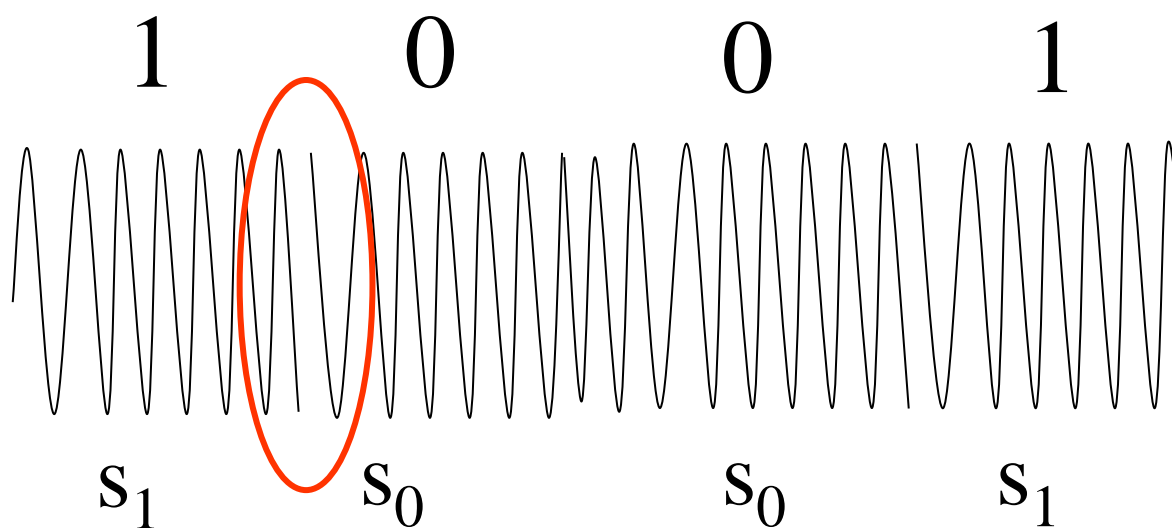
Ψηφιακές ισοδύναμες διαμορφώσεις

Phase Shift Keying (PSK)

Baseband
Data



BPSK
modulated
signal



where $s_0 = -A\cos(\omega_c t)$ and $s_1 = A\cos(\omega_c t)$

- Major drawback – rapid amplitude change between symbols due to phase discontinuity, which requires infinite bandwidth. Binary Phase Shift Keying (BPSK) demonstrates better performance than ASK and BFSK
- BPSK can be expanded to a M-ary scheme, employing multiple phases and amplitudes as different states

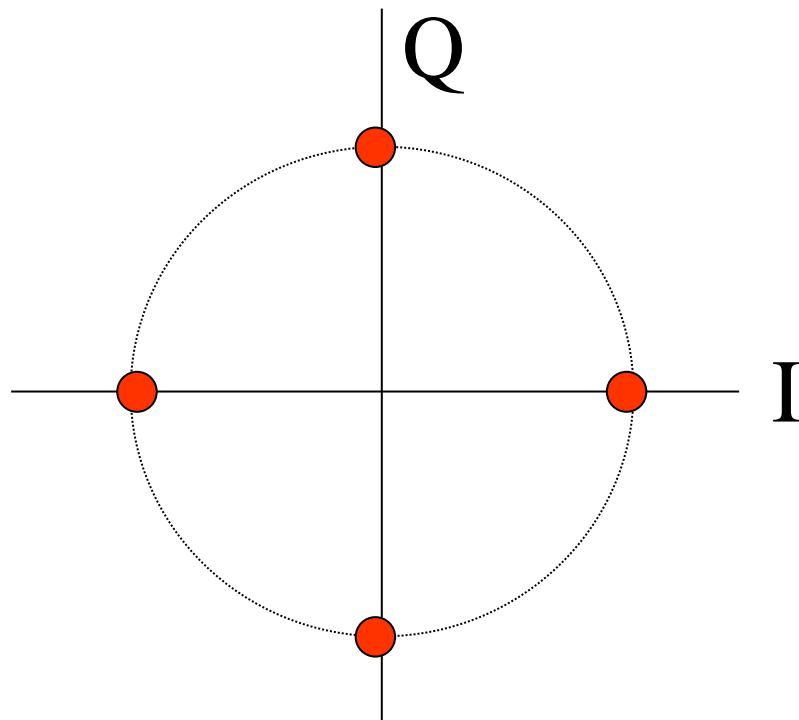
Differential Modulation

- ▶ In the transmitter, each symbol is modulated relative to the previous symbol and modulating signal, for instance in BPSK
 - ▶ 0 = no change,
 - ▶ 1 = $+180^{\circ}$
- ▶ In the receiver, the current symbol is demodulated using the previous symbol as a reference. The previous symbol serves as an estimate of the channel. A no-change condition causes the modulated signal to remain at the same 0 or 1 state of the previous symbol.

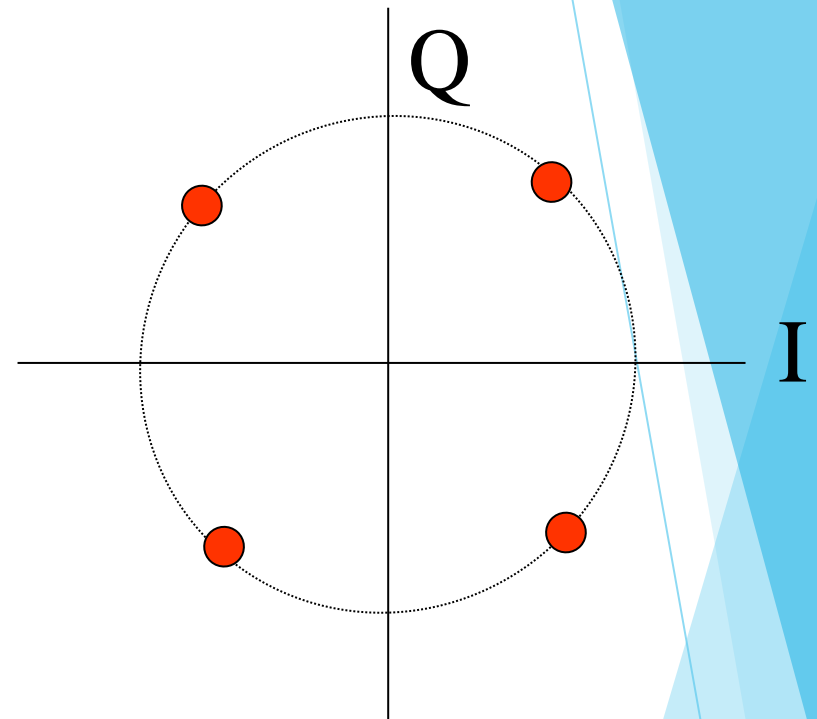
DPSK

- ▶ Differential modulation is theoretically 3dB poorer than coherent. This is because the differential system has 2 sources of error: a corrupted symbol, and a corrupted reference (the previous symbol)
- ▶ DPSK = Differential phase-shift keying: In the transmitter, each symbol is modulated relative to (a) the phase of the immediately preceding signal element and (b) the data being transmitted.

QPSK Constellation Diagram



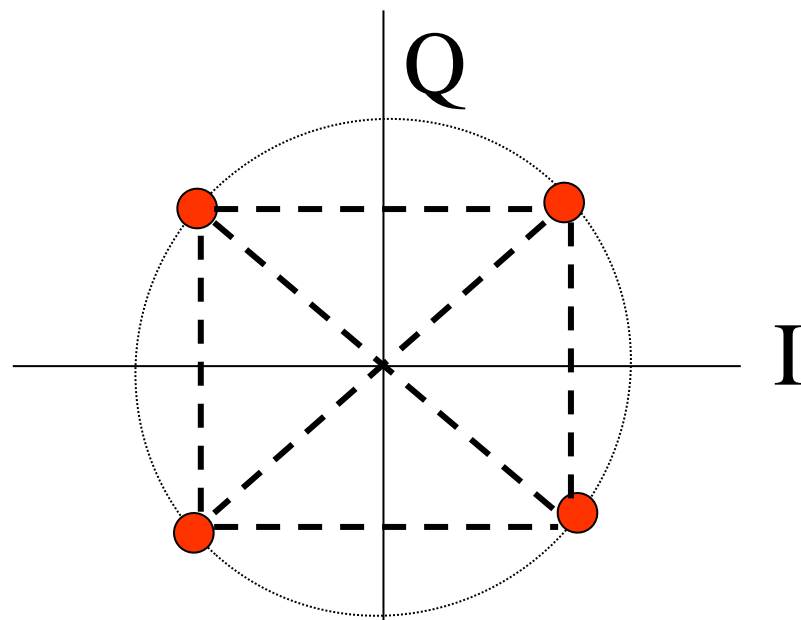
Carrier phases
 $\{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$



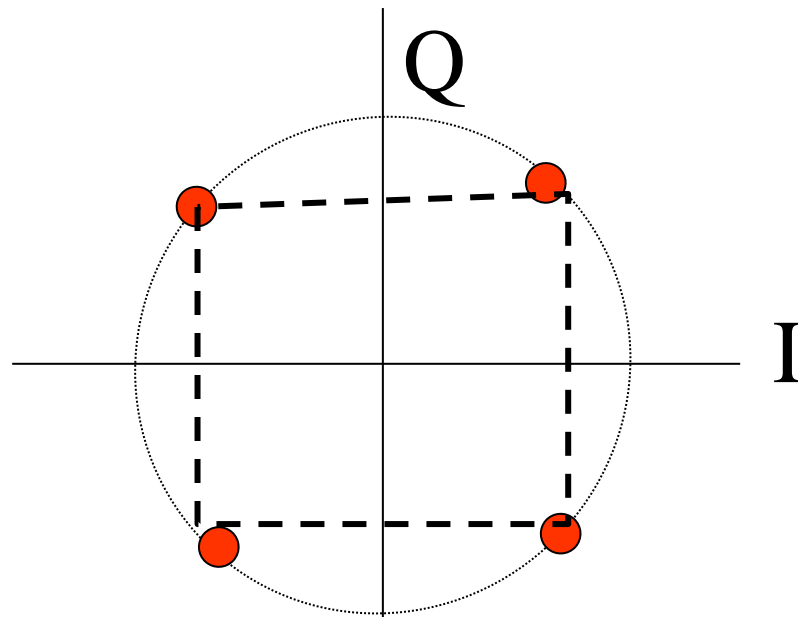
Carrier phases
 $\{\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4\}$

- ▶ Quadrature Phase Shift Keying has twice the bandwidth efficiency of BPSK since 2 bits are transmitted in a single modulation symbol

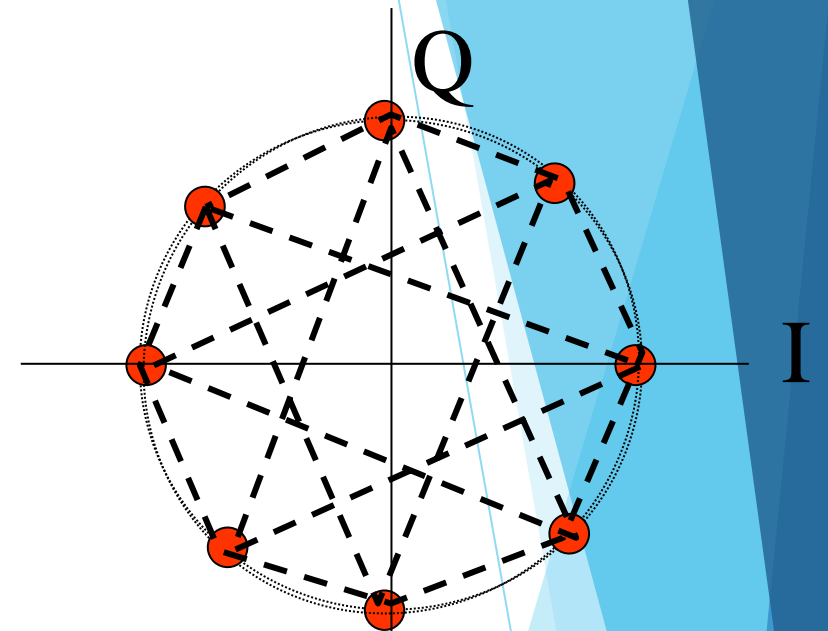
Types of QPSK



Conventional QPSK



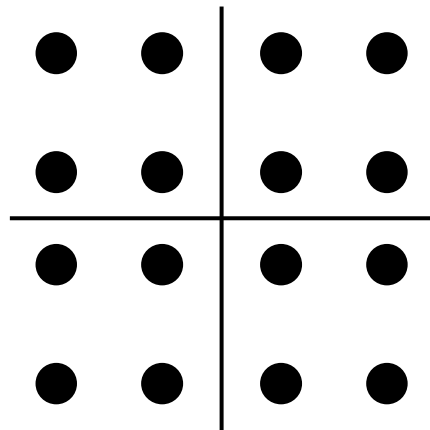
Offset QPSK



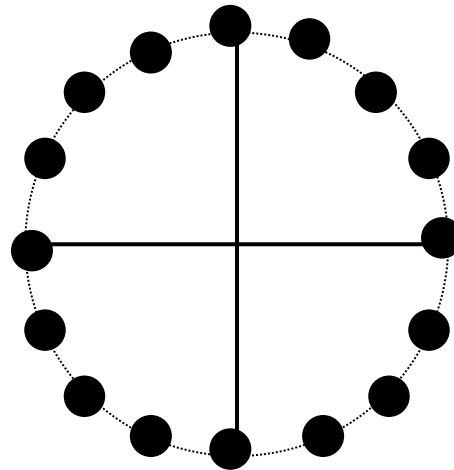
$\pi/4$ QPSK

- ▶ Conventional QPSK has transitions through zero (i.e. 180° phase transition). Highly linear amplifiers required.
- ▶ In Offset QPSK, the phase transitions are limited to 90° , the transitions on the I and Q channels are staggered.
- ▶ In $\pi/4$ QPSK the set of constellation points are toggled each symbol, so transitions through zero cannot occur. This scheme produces the lowest envelope variations.
- ▶ All QPSK schemes require linear power amplifiers

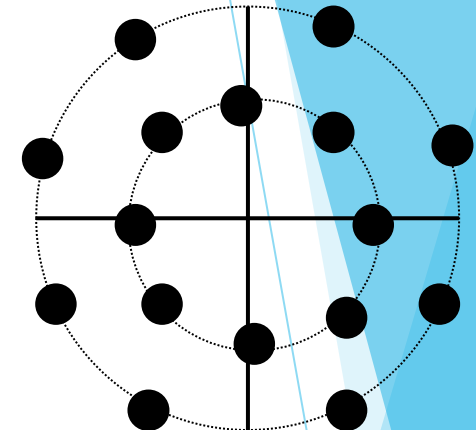
Multi-level (M-ary) Phase and Amplitude Modulation



16 QAM



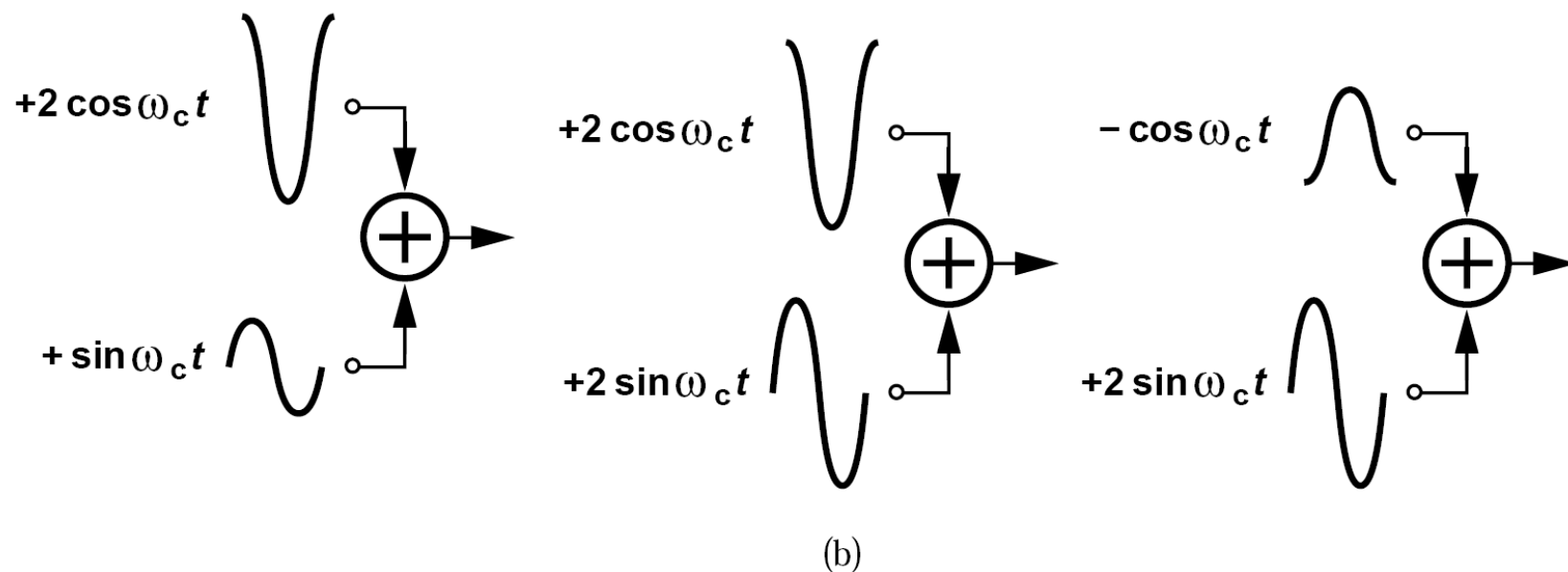
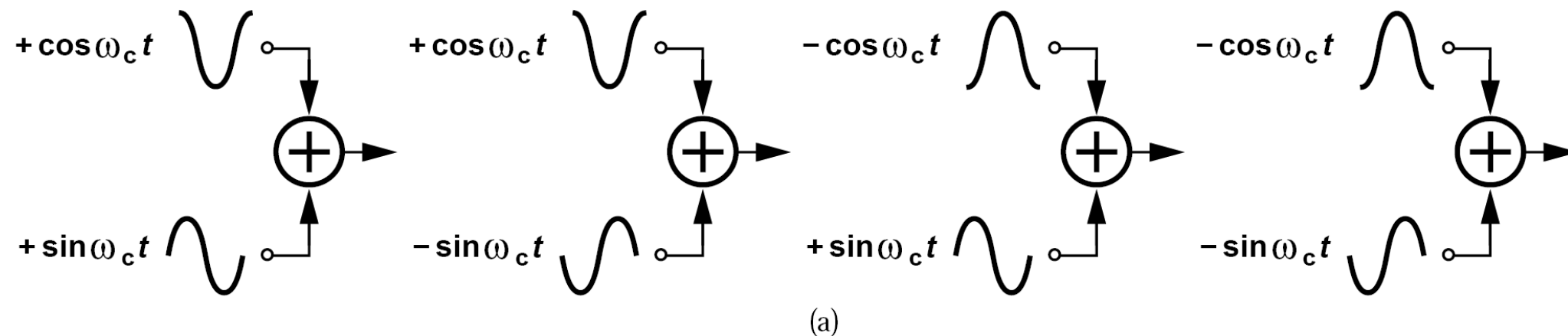
16 PSK



16 APSK

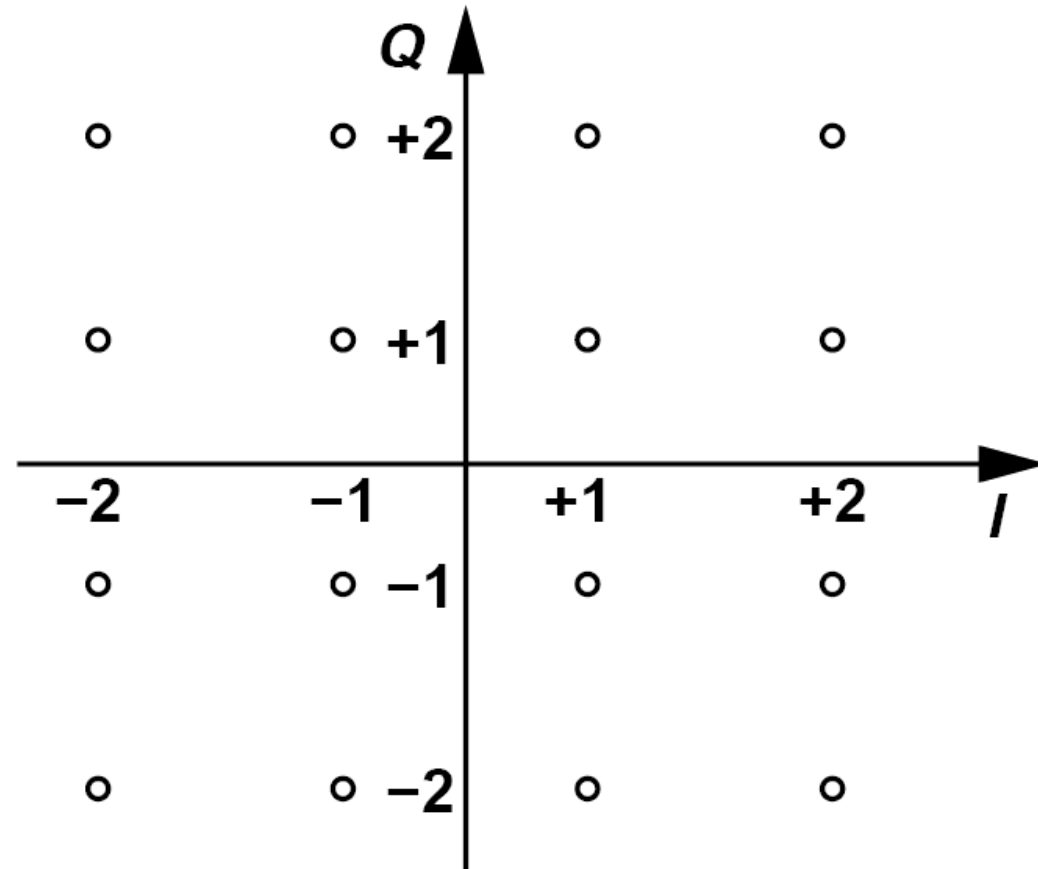
- ▶ Amplitude and phase shift keying can be combined to transmit several bits per symbol.
 - ▶ Often referred to as *linear* as they require linear amplification.
 - ▶ More bandwidth-efficient, but more susceptible to noise.
- ▶ For $M=4$, 16QAM has the largest distance between points, but requires very linear amplification. 16PSK has less stringent linearity requirements, but has less spacing between constellation points, and is therefore more affected by noise.

Quadrature Amplitude Modulation (QAM)



➤ 16-QAM allows four possible amplitudes for sine and cosine, $\pm 1, \pm 2$

Quadrature Amplitude Modulation: Constellation



$$x_{16QAM}(t) = \alpha_1 A_c \cos \omega_c t - \alpha_2 A_c \sin \omega_c t \quad \alpha_1 = \pm 1, \pm 2, \quad \alpha_2 = \pm 1, \pm 2.$$

- Saves bandwidth
- Denser constellation: making detection more sensitive to noise
- Large envelope variation: need highly linear PA